CLUB CAST3M2008

MODÉLISATION DE LA PROPAGATION DE FISSURE DANS LES MATÉRIAUX VISCOÉLASTIQUES ORTHOTROPES

Présenté par: Rostand MOUTOU PITTI

Le 21 novembre 2008, Paris

Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes (GEMH)

Université de Limoges

Centre Universitaire Génie Civil, 19300 Egletons

Contexte et Objectifs

Modélisation de la propagation de fissure par CASTEM

- Charges permanentes (fluage)
- Variations climatiques
- Taux d'humidité

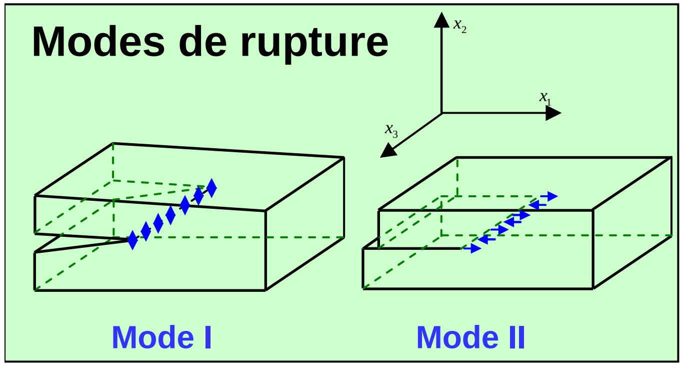
⬇

- Défauts des structures (fissures)
- Orientation (sens des fibres)

Propagation des défauts (cinématiques mixtes)

Mécanique de la rupture, viscoélasticité

Calcul d'une structure fissurée



Critères de rupture :

- Facteurs d'intensité des contraintes découplés(K_I, K_{II}).

Modélisation :

- Approche locale (K_I, K_{II}).
- Approche énergétique (G, J) : champ lointain

Modélisation par éléments finis

- Champ lointain: J (Rice, 1968), Gθ (Destuynder, 1983), T et A (Bui)
- Avantages: Précision, champs singuliers

Problèmes des invariants intégraux

- Paramètre global
- Pas d'informations sur le couplage des modes de rupture

Découplage des modes de rupture

Pour des milieux isotropes

Si $G < G_c$ ⟶ Fissure stationnaire

Si $G = G_c$ ⟶ Propagation

Pour des milieux orthotropes

En plan : $G = G_I + G_{II}$ ⟶ $f(G_I, G_{II}, G_I^c, G_{II}^c)$

$$f = \left(\frac{G_I}{G_I^c} + \frac{G_{II}}{G_{II}^c} - 1\right) < 0 \qquad f = \left(\frac{G_I}{G_I^c} + \frac{G_{II}}{G_{II}^c} - 1\right) = 0$$

Fissure stationnaire — Propagation

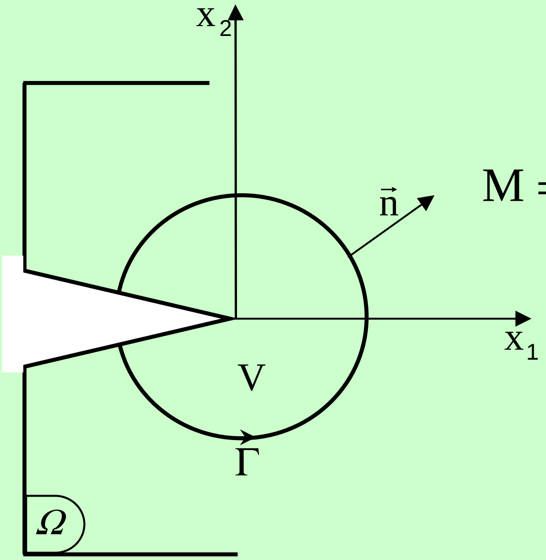
Calcul indépendant de G_I et G_{II} ou découplage

Modélisation de la propagation viscoélastique de la fissure en mode mixte sur CASTEM

- **Découplage des modes pour une fissure stationnaire**
  - **Intégrale M en statique**
  - **Modélisation numérique**
  - **Formulation incrémentale**
  - **Résultats numériques analytiques**
- **Découplage des modes en propagation de fissure**
  - **Formulations analytiques**
  - **Algorithme de propagation**
  - **Résultats numériques**
- **Conception de l'éprouvette 2MCG**
  - **Conception de l'éprouvette 2MGC**
  - **Résultats numériques**
- **Propagation viscoélastique**
  - **Algorithme de propagation**
  - **Résultats numériques**

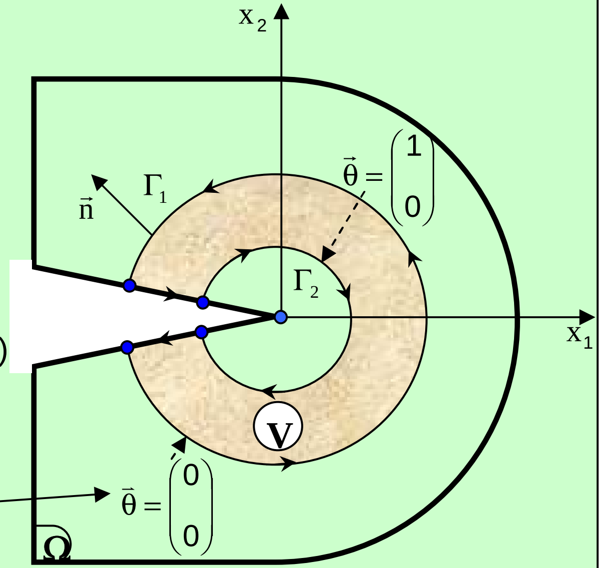
Intégrale M en statique

Intégrale M (Chen et Shiel 1977)



$$M = \frac{1}{2}\int_{\Gamma_1}\left(\sigma^{v}_{ij,1}\cdot u_i - \sigma^{u}_{ij}\cdot v_{i,1}\right)\cdot n_j\, d\Gamma$$

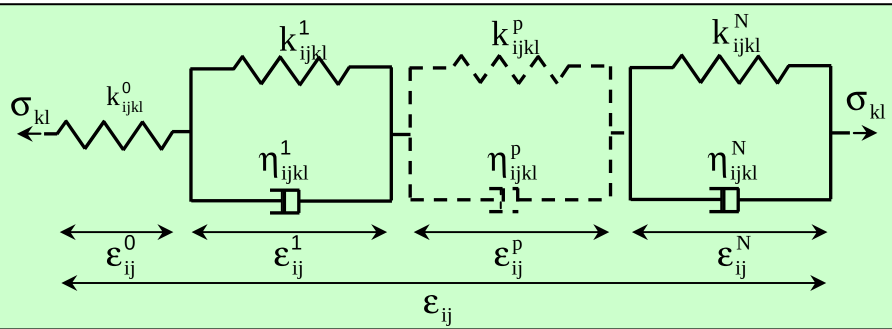
Champ réel   Champ virtuel (Shi 1974)



Champ θ
(Destuynder et al. 1983)

$$M_v(u,v) = \frac{1}{2}\int_{\Gamma_1}\left(\sigma_{ij}(u)\cdot v_{i,k} - \sigma_{ij,k}(u)\cdot u_i\right)\cdot \theta_{k,j}\cdot n_j\, d\Gamma_1 \qquad k = (0,1,\ldots..M)$$

Généralisation au comportement viscoélastique



Modèle de Kelvin Voigt généralisé

$$M\theta_v^p(u,v) = \frac{1}{2}\int_\Omega \left(\sigma_{ij}^p(u)\cdot v_{i,k}^p - \sigma_{ij,k}^p(v)\cdot u_i^p\right)\theta_{k,j}\cdot n_j d\Gamma_1 \quad \text{avec} \quad p = (0,1,\ldots..M)$$

Facteurs d'intensité des contraintes

$$^{u}K_I^k = \frac{8\cdot M\theta_v^k(u,v)(^{v}K_I^k = 1,\ ^{v}K_{II}^k = 0)}{C_1^k} \quad \text{et} \quad ^{u}K_{II}^k = \frac{8\cdot M\theta_v^k(u,v)(^{v}K_I^k = 0,\ ^{v}K_{II}^k = 1)}{C_2^k}$$

CERO en mode I

CERO en mode II

Taux de restitution d'énergie

$$G_v^k = {}^1G_v^k + {}^2G_v^k = C_1^k\frac{\left(^{u}K_I^k\right)^2}{8} + C_2^k\frac{\left(^{u}K_{II}^k\right)^2}{8} \Rightarrow {}^1G_v = \sum_k {}^1G_v^k \text{ et } {}^2G_v = \sum_k {}^2G_v^k$$

Solution semi analytique (taux de restitution d'énergie)

$$G_1(t) = \frac{1}{8}\cdot\left[2\cdot C_1(t) - C_1(2t)\right]\cdot\left(^{u}K_1^0\right)^2 \qquad G_2(t) = \frac{1}{8}\cdot\left[2\cdot C_2(t) - C_2(2t)\right]\cdot\left(^{u}K_2^0\right)^2$$

Facteurs d'intensité des contraintes élastiques en mode I et II

Formulation incrémentale

Lois incrémentales (Gazlan et al 1995; Dubois et al. 2005)

Incréments des contraintes

$$\Delta\varepsilon_{ij}(t_n) = M_{ijkl} \cdot \Delta\sigma_{kl}(t_n) + \tilde{\varepsilon}_{ij}(t_{n-1})$$

Incréments des déformations

Matrice de complaisances

Histoires du matériau

Résolution éléments finis

Matrice tangente de rigidité globale

$$K_T^p \cdot \{\Delta u^p\}(t_n) = \{\Delta F_{ext}^p\}(t_n) + \{\tilde{F}^p\}(t_{n-1})$$

Incréments de champs de déplacements nodaux

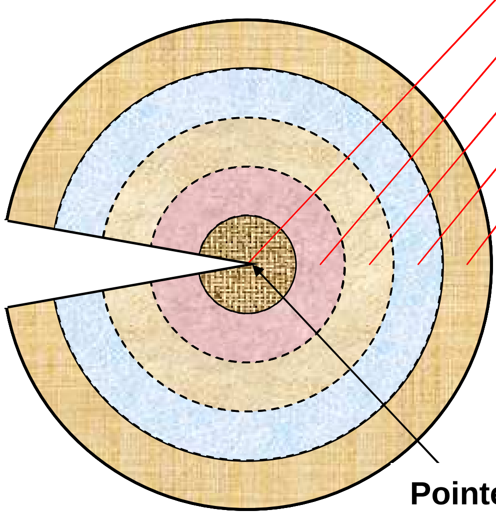
Incréments de force nodale

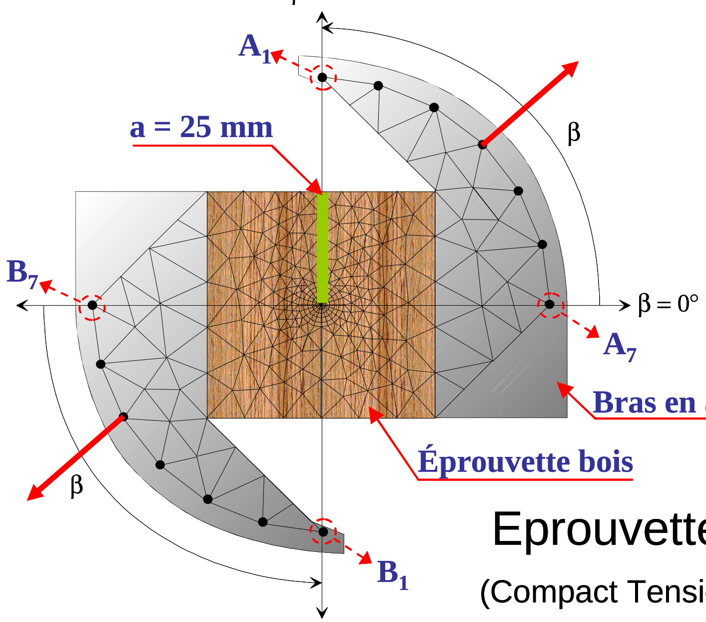
Chargement héréditaire

$$K_T^p = \int_\Omega B^T \cdot \left[M^p\right]^{-1} \cdot B \, d\Omega \qquad \{\tilde{F}^p\}(t_{n-1}) = \int_\Omega B^T \cdot M^p \cdot \{\tilde{\varepsilon}^p\}(t_{n-1}) \, d\Omega$$

Modélisation numérique

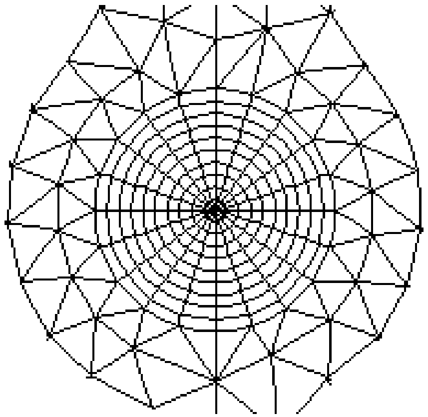
Couronnes d'intégration



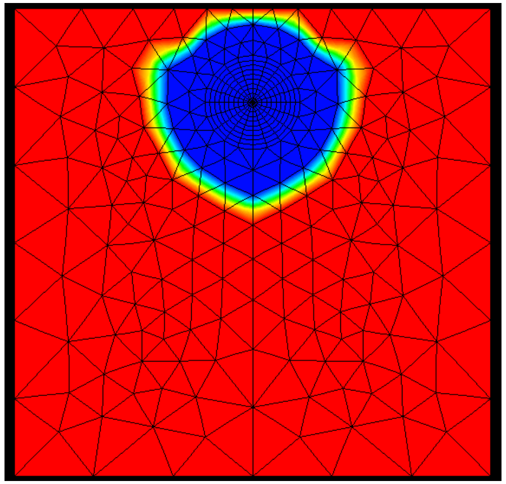


Eprouvette CTS

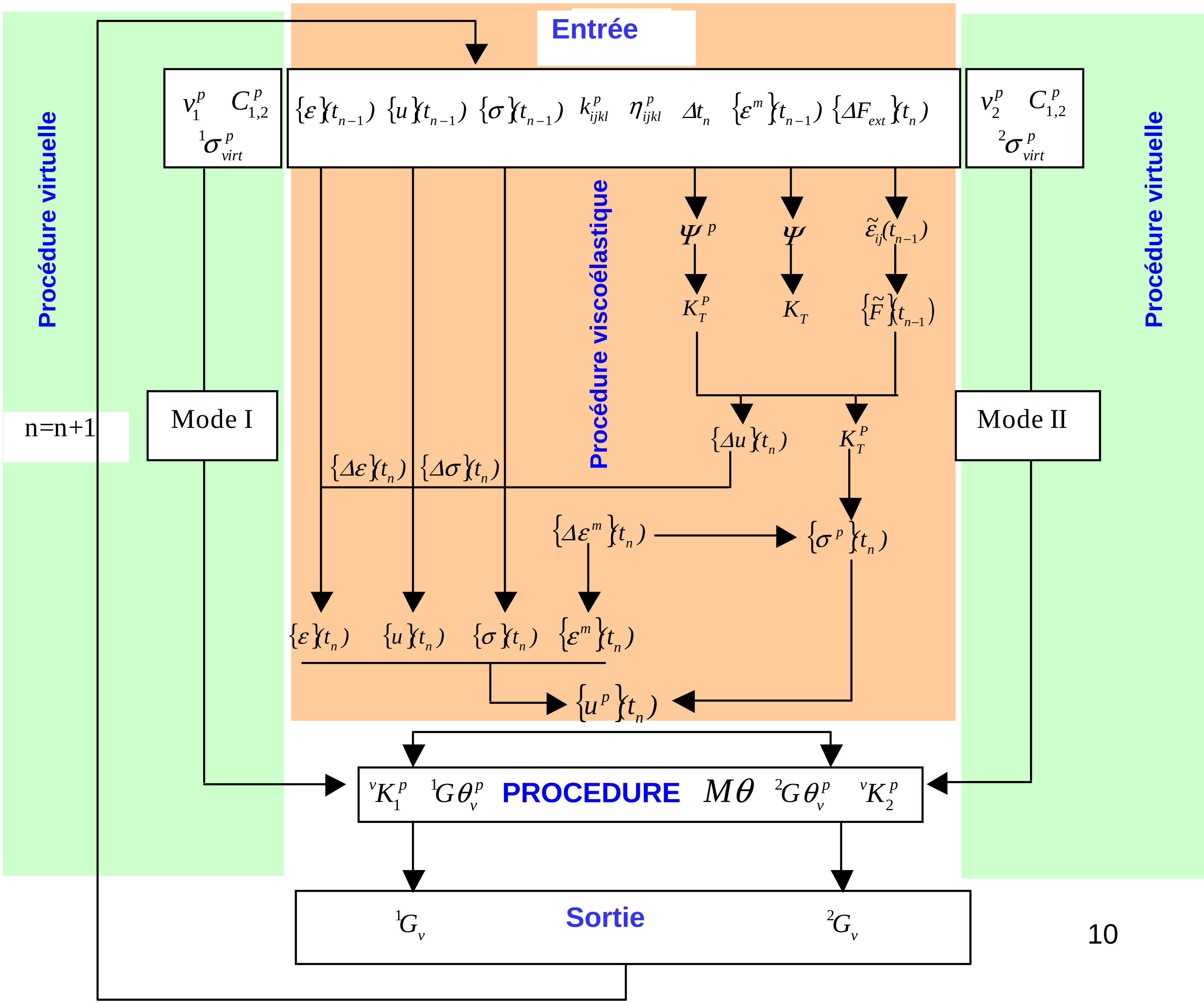
(Compact Tension Shear)



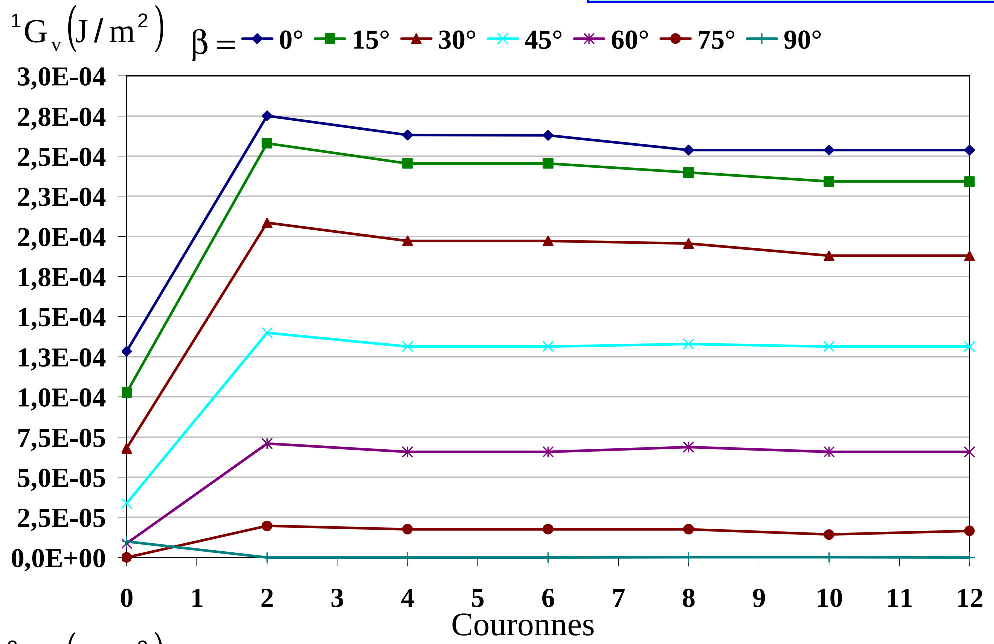
Maillage rayonnant
(opérateur REYO)
et Champ θ



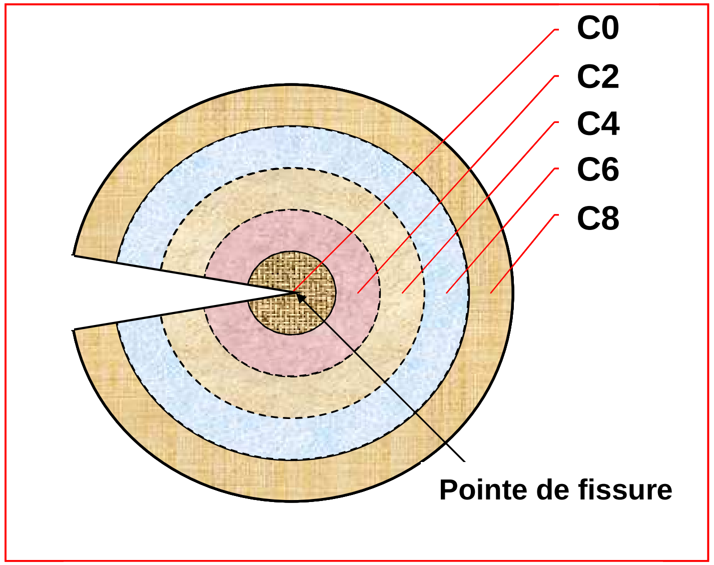
Algorithme viscoélastique incrémental

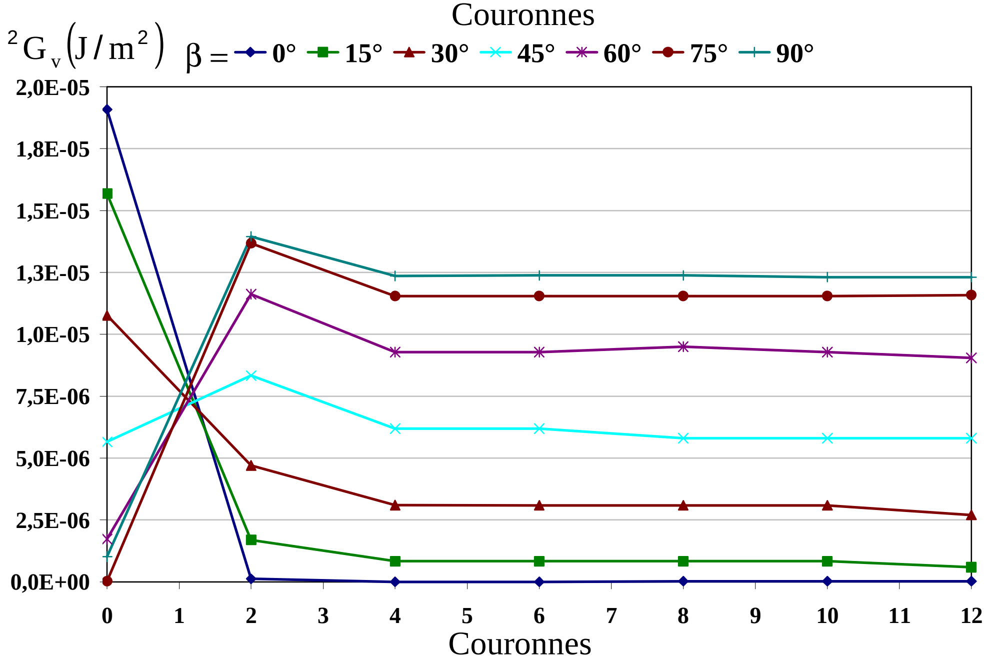


Résultats numériques



Indépendance du domaine en mode I

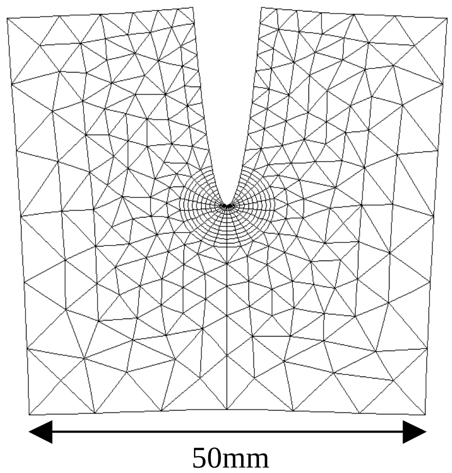


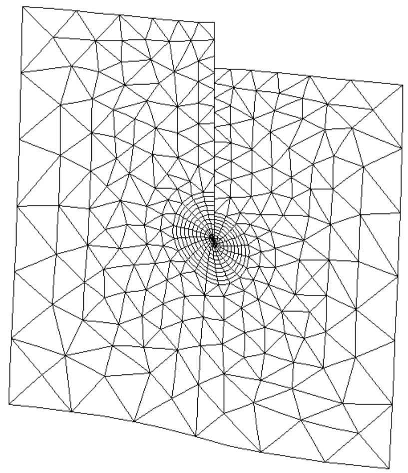


Indépendance du domaine en mode II

Maillage déformé (a = 50 mm)

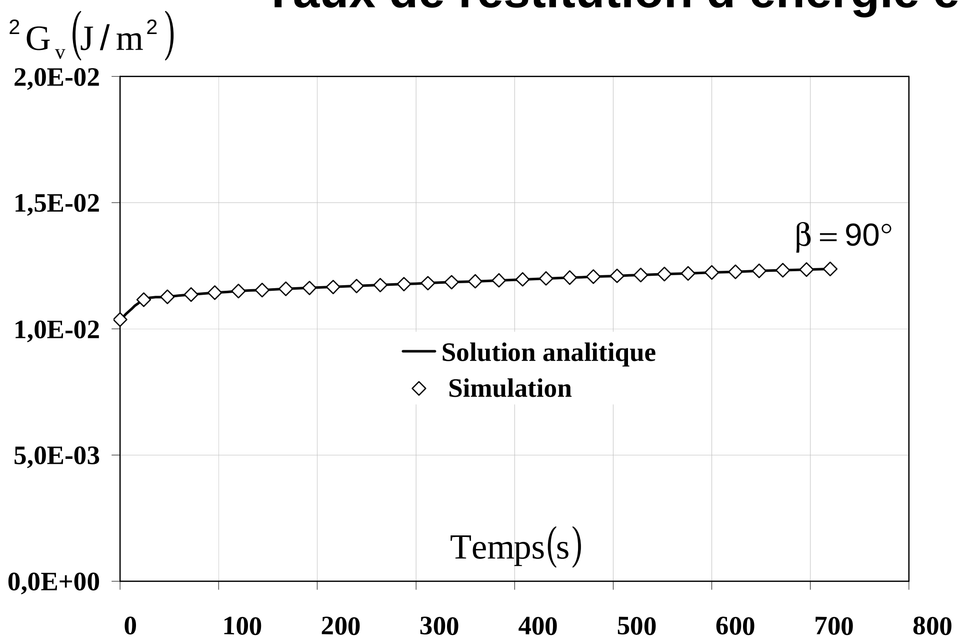
Mode II

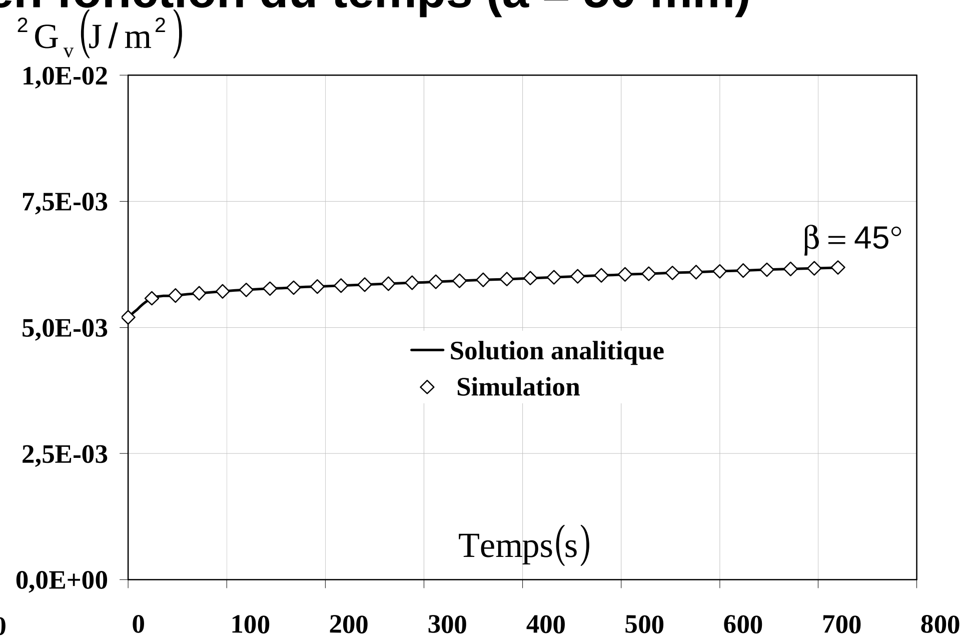




Mode II

Taux de restitution d'énergie en fonction du temps (a = 50 mm)





Intégrale M en propagation

Domaine d'intégration

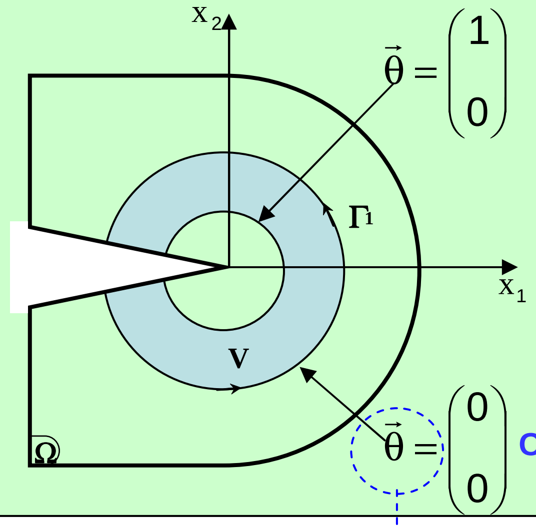
$$\left.M = \frac{1}{2}\cdot\int_{\Gamma_1}\left(\sigma_{ij,1}^{(v)}\cdot u_i - \sigma_{ij}^{(u)}\cdot v_{i,1}\right)\cdot n_j\, d\Gamma_1 \right\}\text{Fissure stationnaire}$$

$$\left.+\frac{1}{2}\cdot\int_{A(\Gamma_1)}\left(\left(\sigma_{ij,1}^{(v)}\cdot\left(u_{i,j}\right)_{,1} - \sigma_{ij,1}^{(u)}\cdot\left(v_{i,j}\right)_{,1}\right) - \left(\left(\sigma_{ij,1}^{(v)}\cdot u_{i,j}\right)_{,1} - \left(\sigma_{ij,1}^{(u)}\cdot v_{i,j}\right)_{,1}\right)\right)\cdot dV \right\}\text{Propagation de fissure}$$

Champs virtuels

Champs réels

Domaine surfacique



$$\dot{p}_{j,k} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{ij,k}^{v}\cdot u_i - \sigma_{ij}^{u}\cdot v_{i,k}\right)$$

Champ θ (Destuynder 1983)

Forme modélisable de M

$$M\theta = \frac{1}{2}\cdot\int_{\Omega}\left(\sigma_{ij}^{(u)}\cdot v_{i,j} - \sigma_{ij,k}^{(v)}\cdot u_i\right)\cdot\theta_{k,j}\, d\Omega$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\int_{\Omega}\left(\left(\sigma_{ij}^{(v)}\cdot\left(u_{i,j}\right)_{,k} - \sigma_{ij}^{(u)}\cdot\left(v_{i,j}\right)_{,k}\right) - \left(\left(\sigma_{ij}^{(v)}\cdot u_{i,j}\right)_{,k} - \left(\sigma_{ij}^{(u)}\cdot v_{i,j}\right)_{,k}\right)\right)\cdot\theta_k\, dV$$

Généralisation au comportement viscoélastique

$$M\theta_v^{(p)} = \frac{1}{2}\cdot\int_\Omega \left({}^u\sigma_{ij}^{(p)} \cdot v_{i,j}^{(p)} - {}^v\sigma_{ij,k}^{(p)} \cdot u_i^{(p)} \right)\cdot \theta_{k,j} d\Omega$$

$$+ \frac{1}{2}\cdot\int_\Omega \left(\left({}^v\sigma_{ij}^{(p)} \cdot \left(u_{i,j}^{(p)}\right)_{,k} - {}^u\sigma_{ij}^{(p)} \cdot \left(v_{i,j}^{(p)}\right)_{,k} \right) - \left(\left({}^v\sigma_{ij}^{(p)} \cdot u_{i,j}^{(p)} \right)_{,1} - \left({}^u\sigma_{ij}^{(p)} \cdot v_{i,j}^{(p)} \right)_{,k} \right) \right)\cdot \theta_k dV$$

Facteurs d'intensité de contrainte

$${}^uK_I^p = \frac{8\cdot M\theta_v^p(u,v)\left({}^vK_I^p = 1,\ {}^vK_{II}^p = 0\right)}{C_1^p} \quad \text{et} \quad {}^uK_{II}^p = \frac{8\cdot M\theta_v^p(u,v)\left({}^vK_I^p = 0,\ {}^vK_{II}^p = 1\right)}{C_2^p}$$

Taux de restitution d'énergie

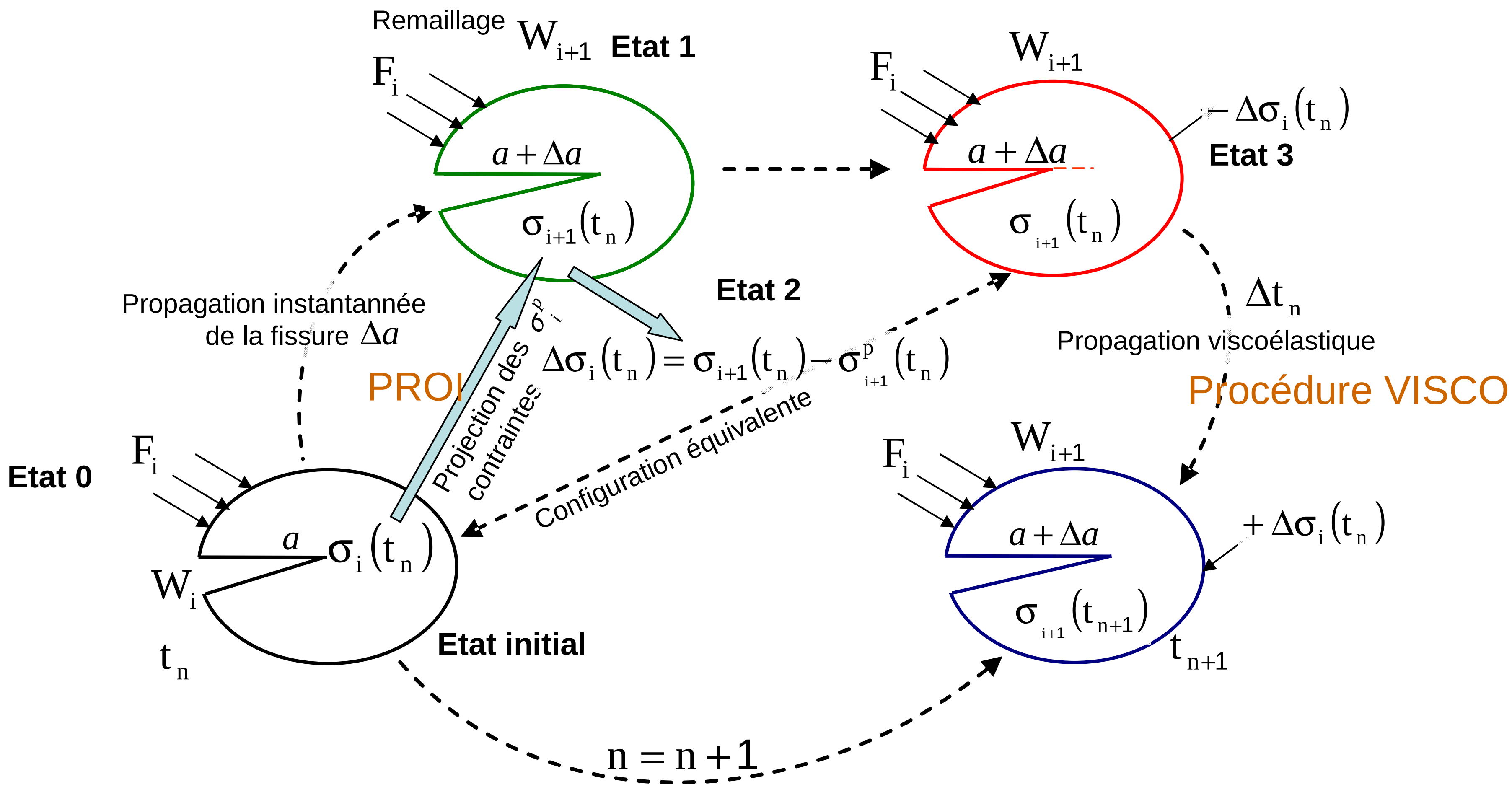
$$G_v^p = {}^1G_v^p + {}^2G_v^p = C_1^p \frac{\left({}^uK_I^p\right)^2}{8} + C_2^p \frac{\left({}^uK_{II}^p\right)^2}{8}$$

$$\Downarrow$$

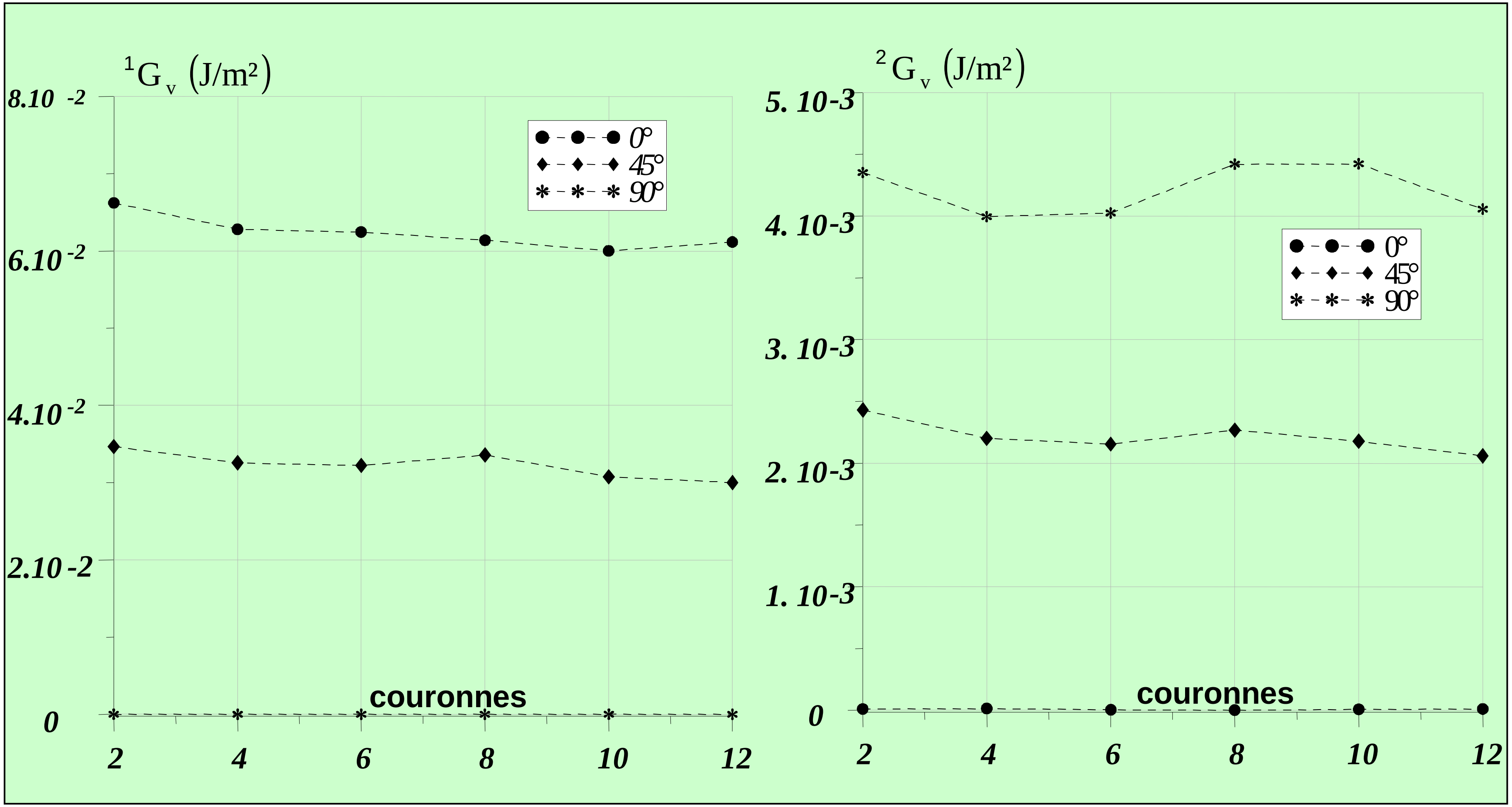
$${}^1G_v = \sum_p {}^1G_v^p \quad \text{et} \quad {}^2G_v = \sum_p {}^2G_v^p$$

Algorithme de propagation viscoélastique

Procédure MTθ en propagation

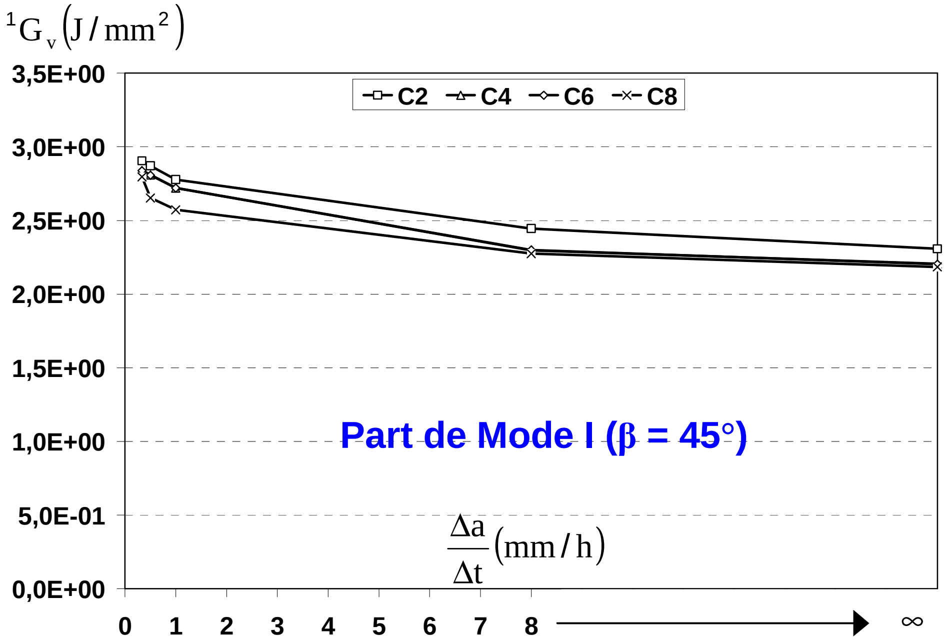


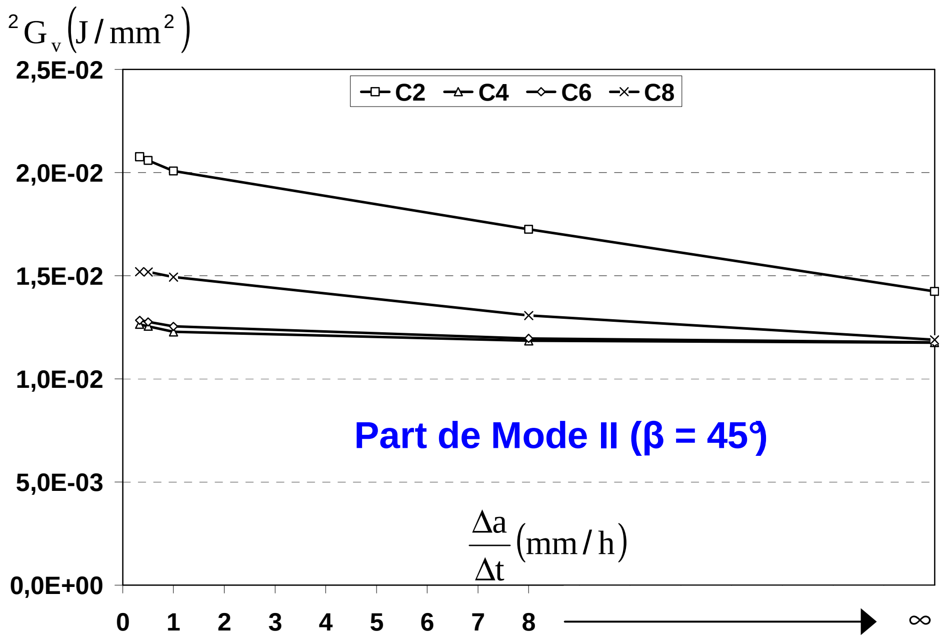
Résultats numériques (Castem)

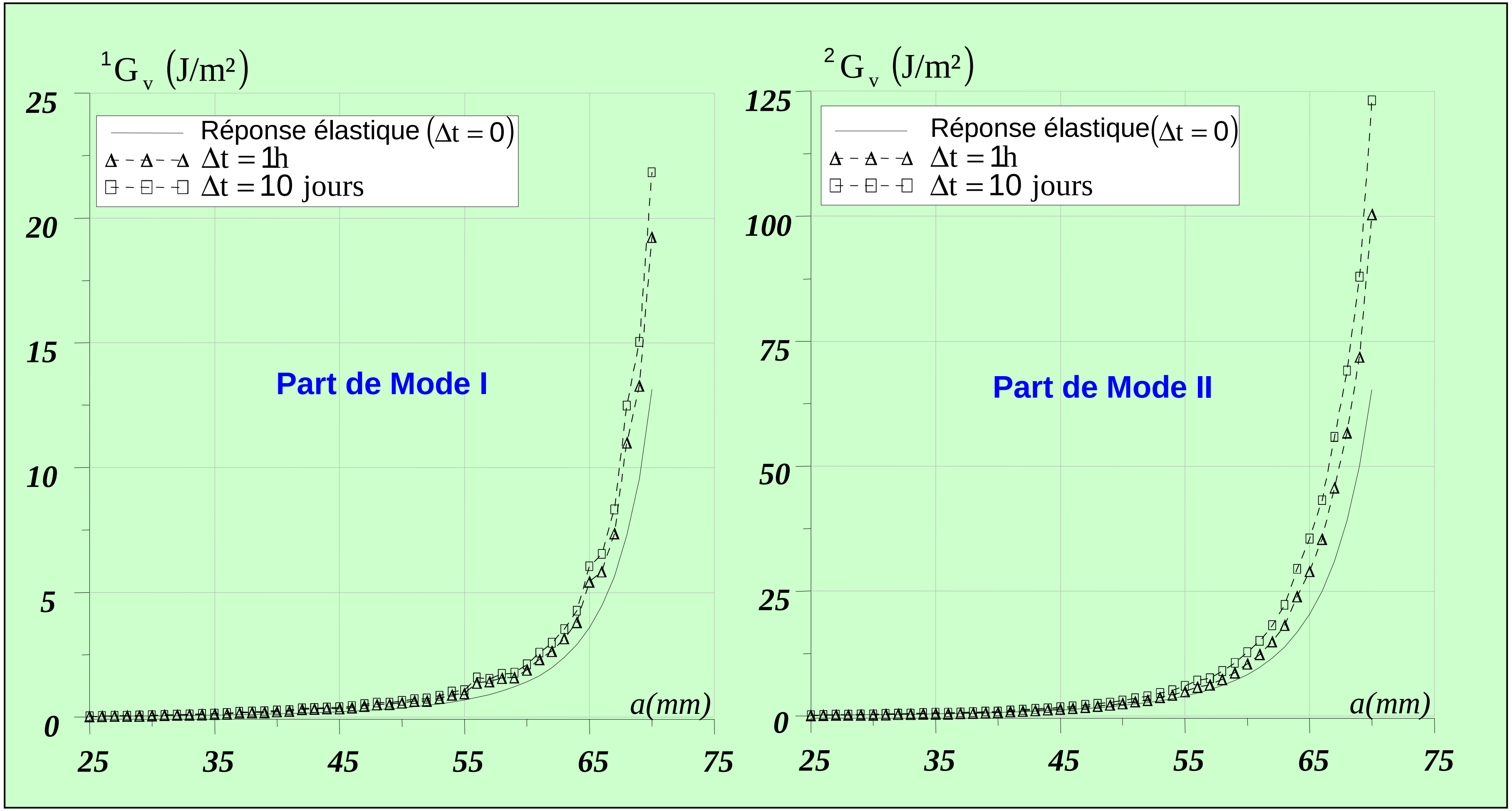


Indépendance du domaine d'intégration
(Δa = 1mm; a = 30mm)

Taux de restitution d'énergie et vitesse de propagation (Δa = 8mm; a = 65mm)

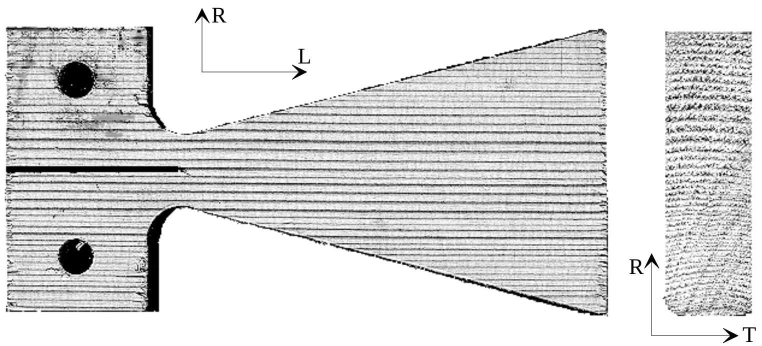




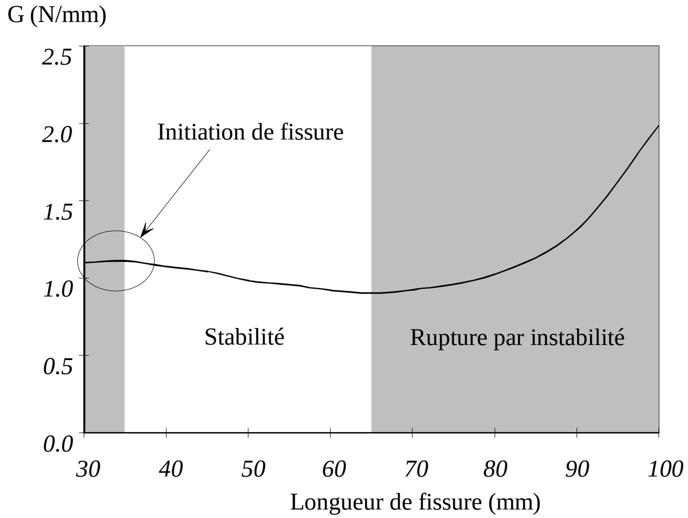


Taux de restitution d'énergie et longueur de fissure pour β=45°
(Δa = 1mm ; C8)

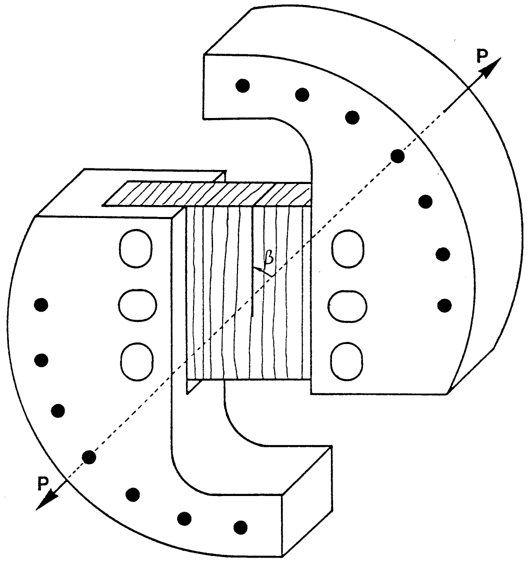
Objectifs et Conception (Castem)



Eprouvette DCB (Double Cantilever Beam)
(Dubois et al. 2002)

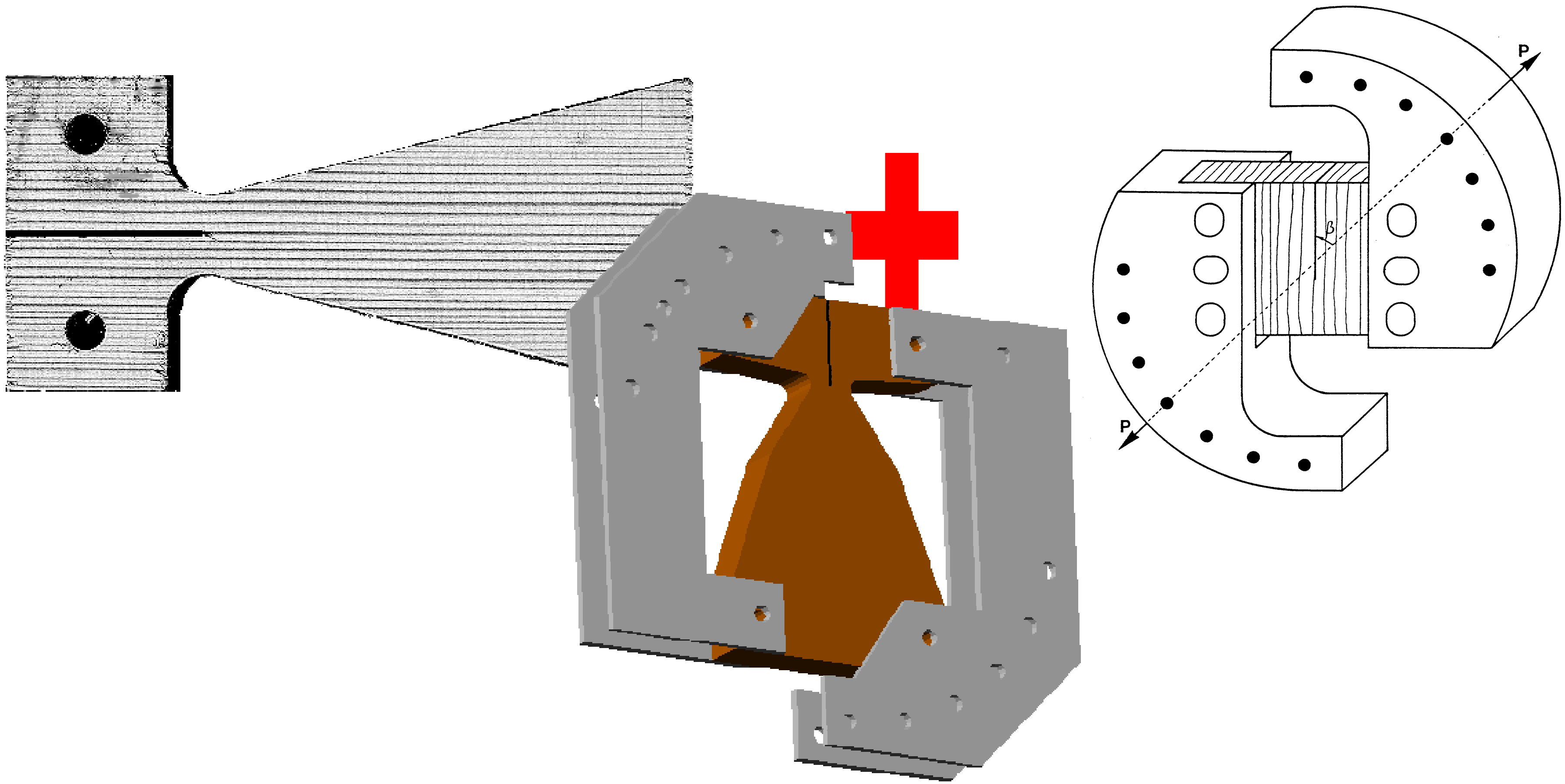


G élastique (Dubois et al. 2002)

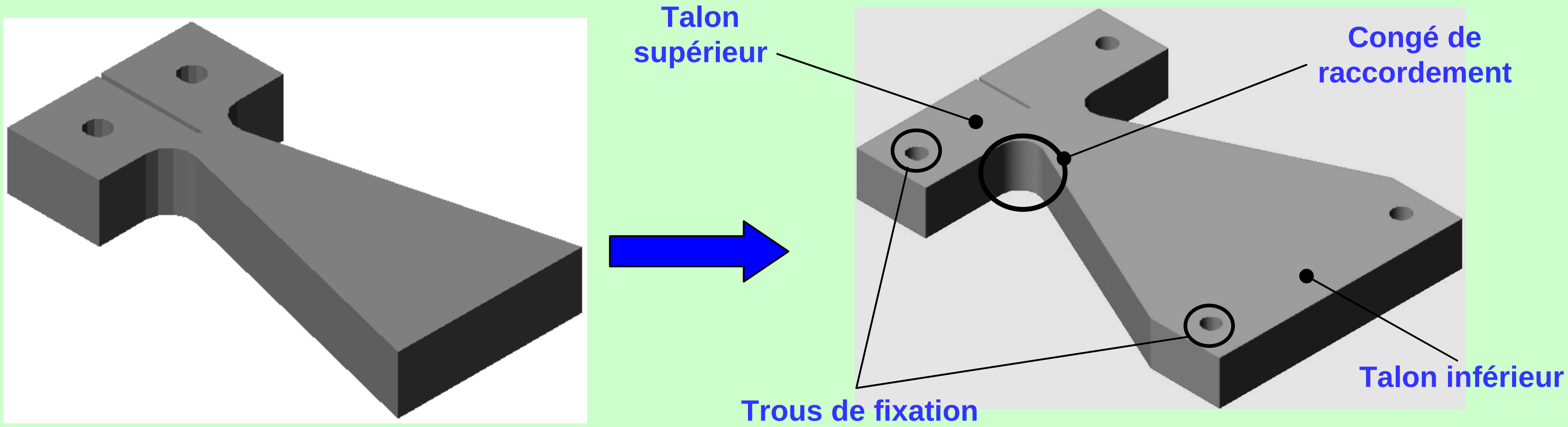


Eprouvette CTS (Compact Tension Shear)
(Valentin et Caumes 1989)

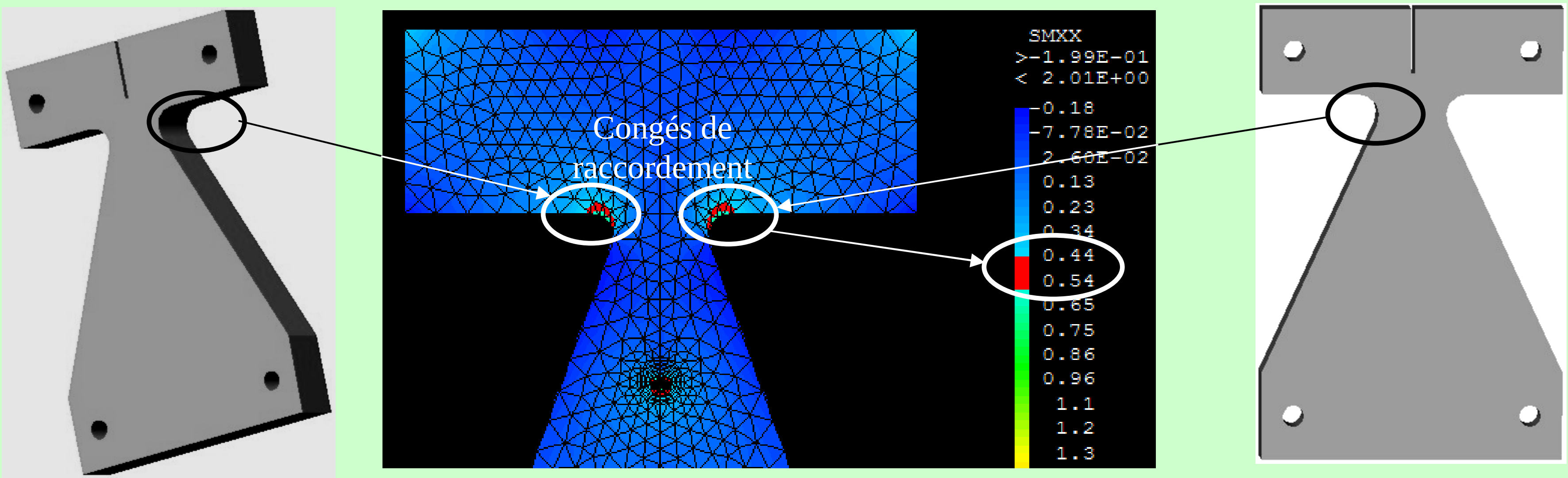
DCB **CTS**



2MCG

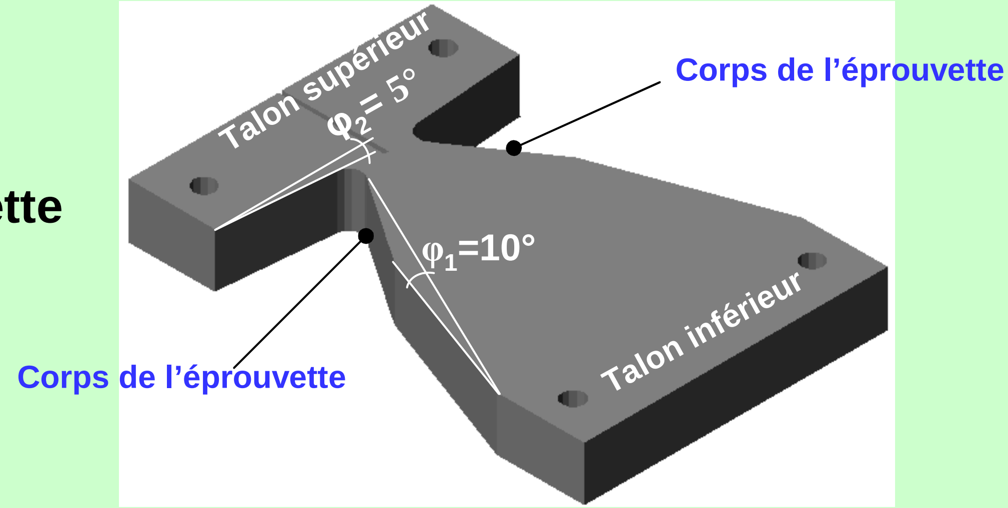


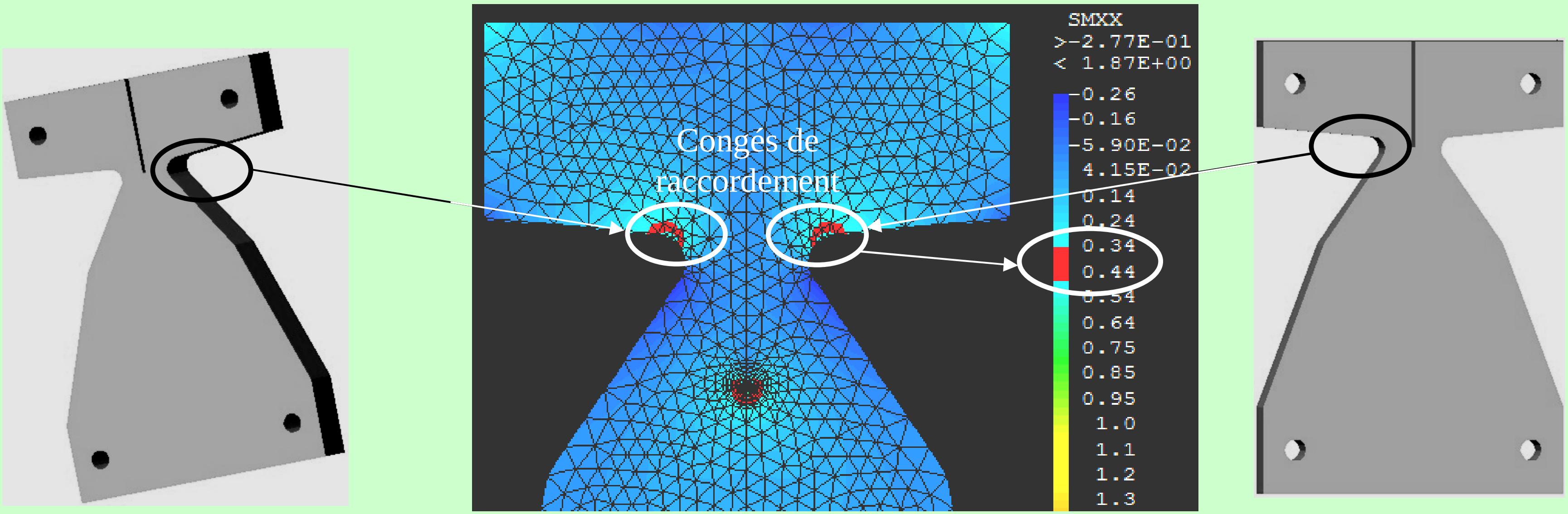
Conception initiale de l'éprouvette



Vérification éléments finis en mode I

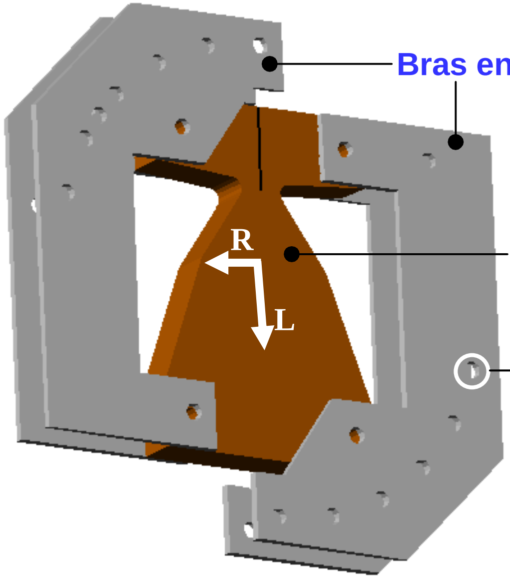
Optimisation de l'éprouvette

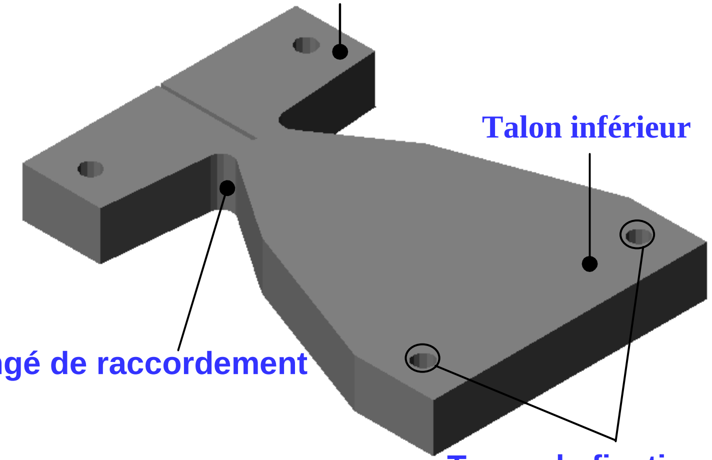


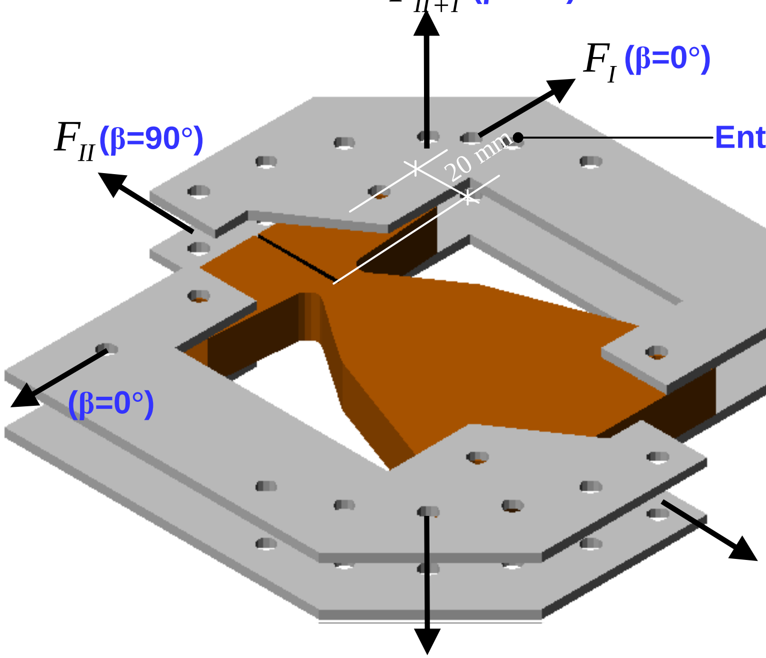


Vérification éléments finis en mode I

Eprouvette 2MCG
(Mixed Mode Crack Growth)

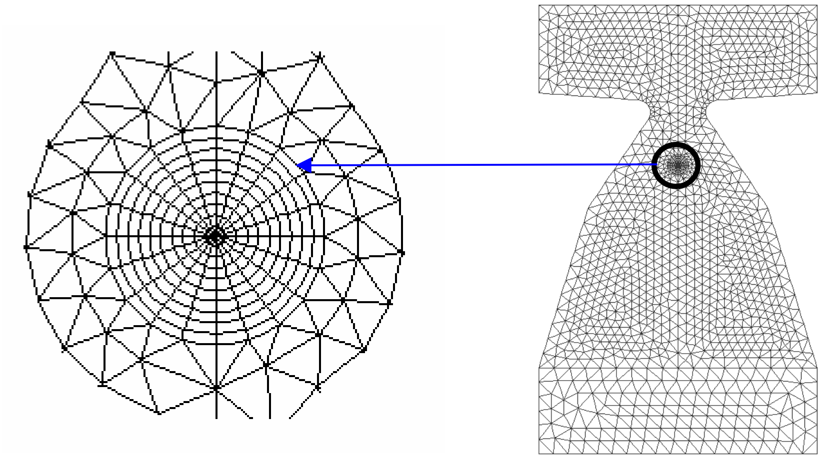






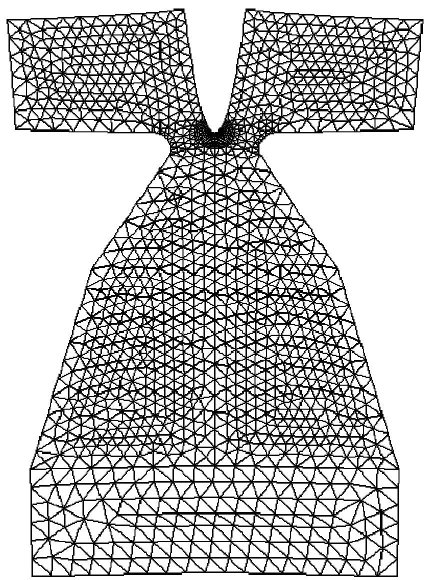
Résultats numériques (Castem)

Maillage éléments finis

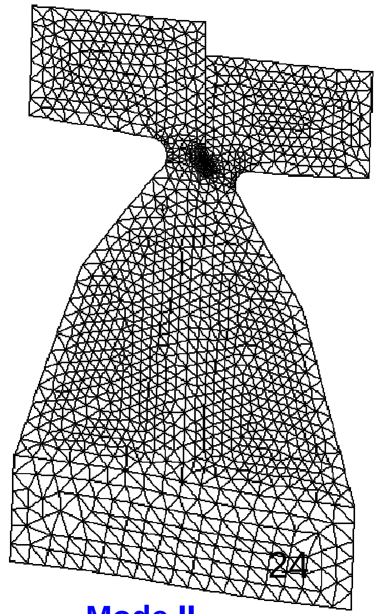


Maillage rayonnant en pointe de fissure

Déplacements virtuels
(Maillage déformé)

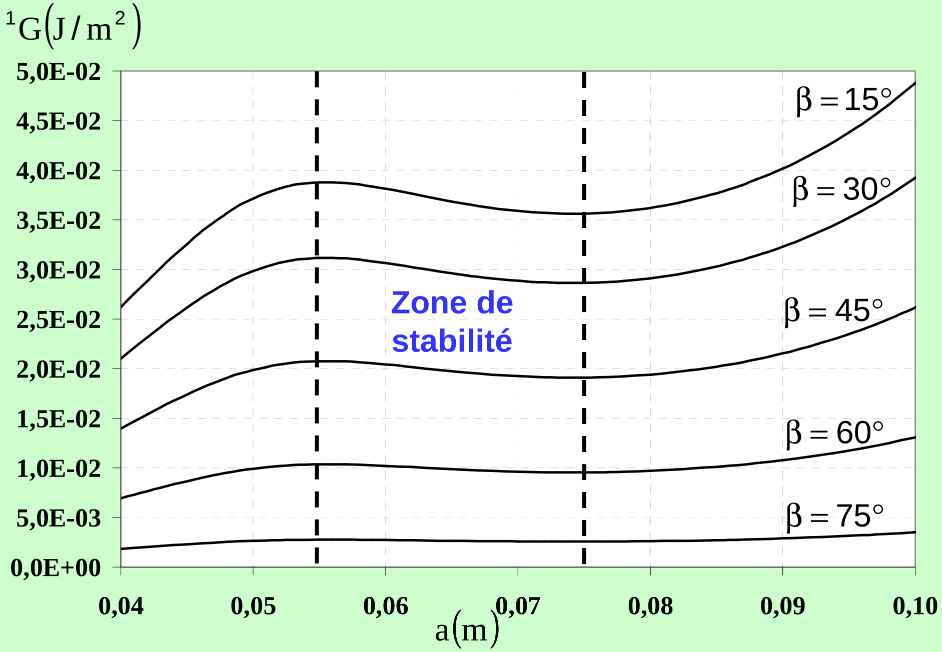


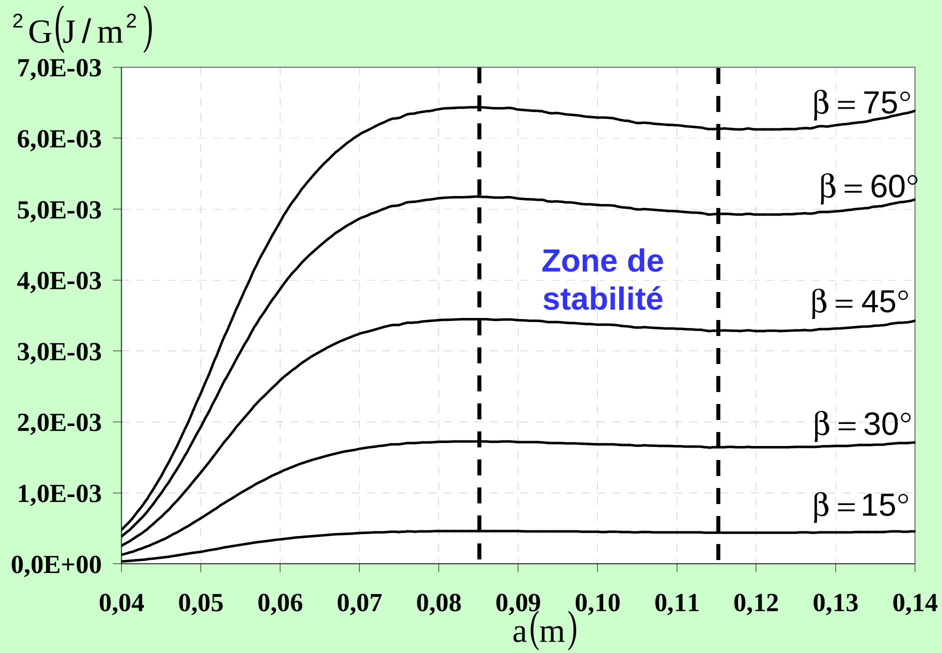
Mode I



Mode II

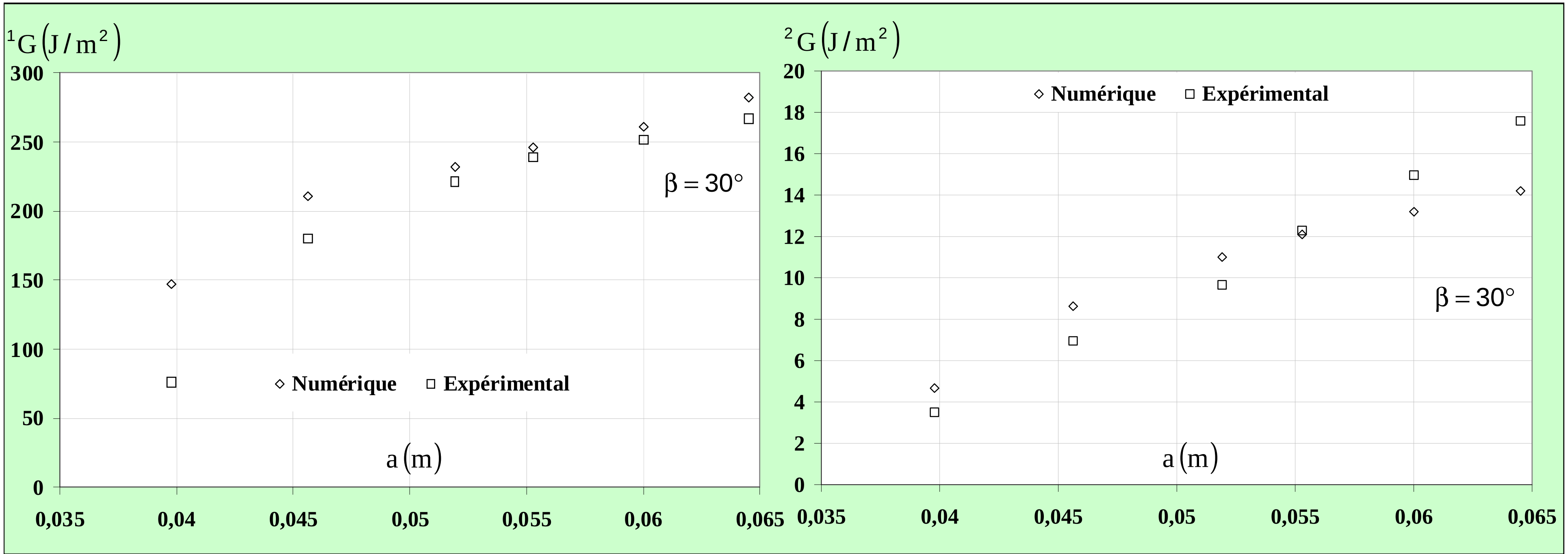
Zones de stabilité





Taux de restitution d'énergie découplé

Comparaison numérique/expérimentale

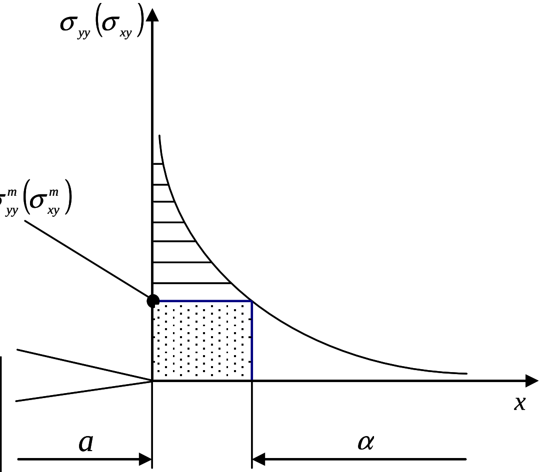


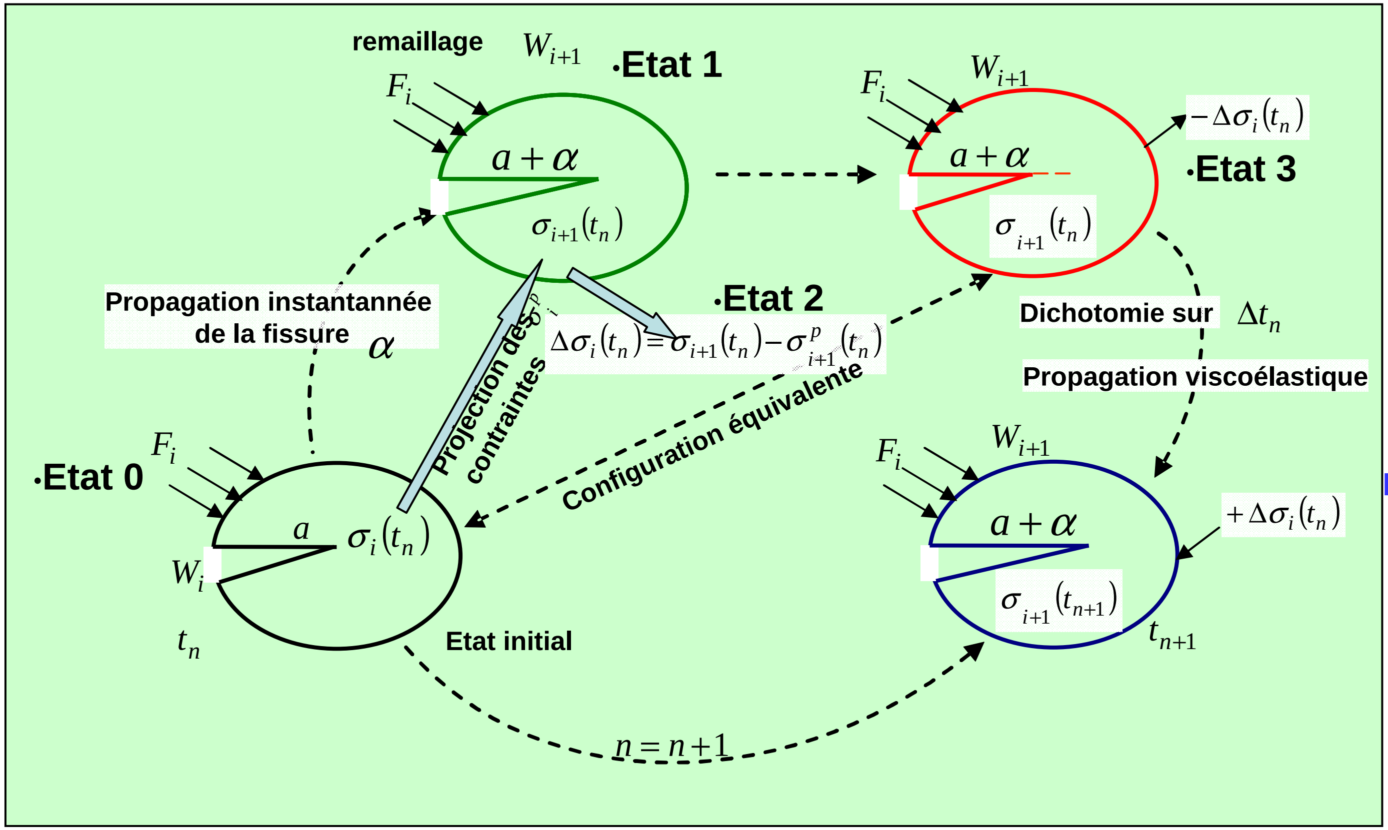
Dispositif expérimental en mode I
(β=0°, hêtre)

Propagation viscoélastique réelle

$$f = \frac{{}^{1}G_{v}}{{}^{1}G_{C}} + \beta\frac{{}^{2}G_{v}}{{}^{2}G_{C}} \quad (f = 1 \Rightarrow \text{Propagation},\ f < 1 \Rightarrow \text{fissure stationnaire})$$

Fonctionnelle





Algorithme de propagation

$$\Rightarrow f(a+\alpha,\ t+\Delta t) = 1$$

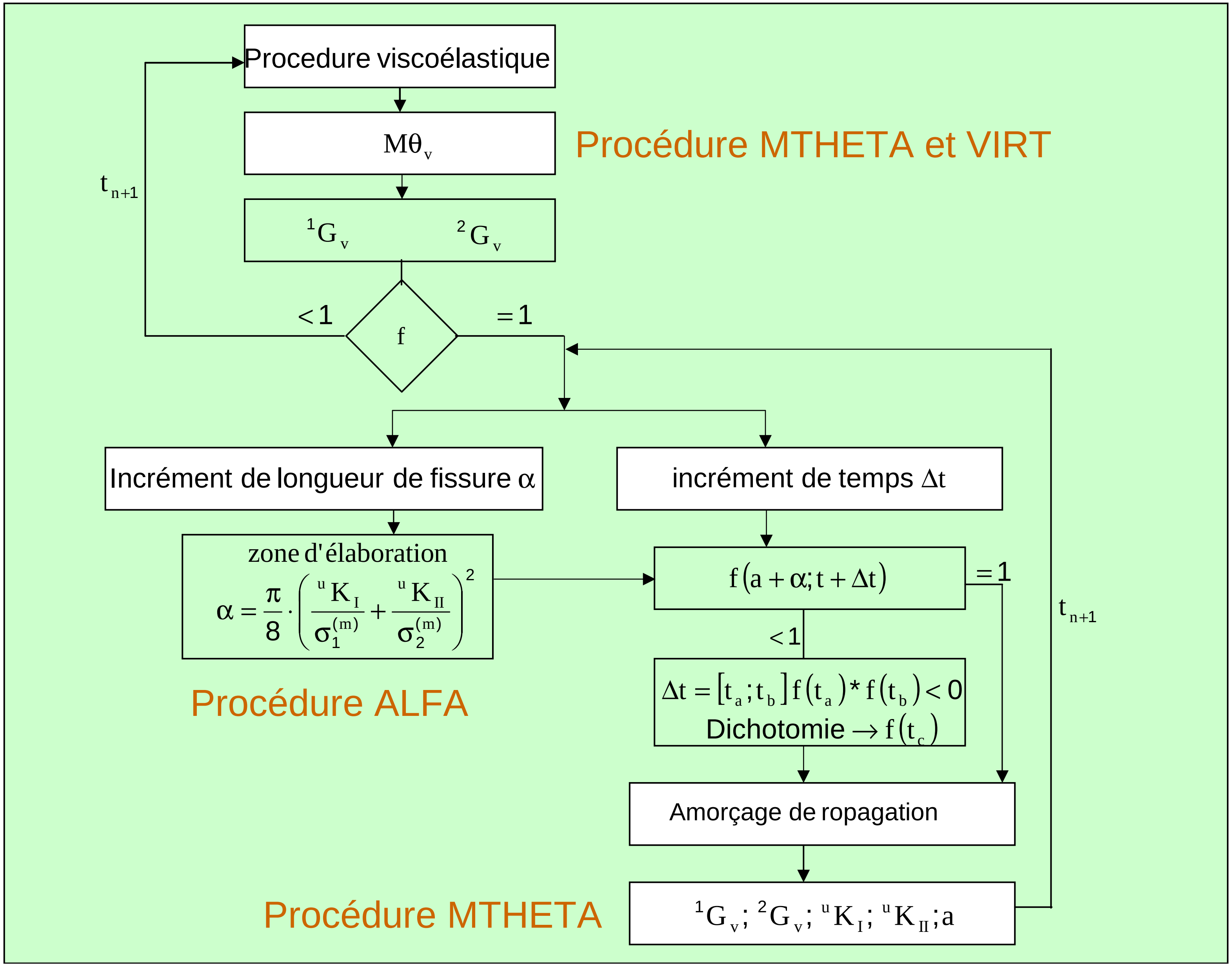
Longueur de la zone d'élaboration

$$\alpha = \frac{\pi}{8}\cdot\left(\frac{{}^{u}K_{I}}{\sigma_{yy}^{(m)}} + \frac{{}^{u}K_{II}}{\sigma_{xy}^{(m)}}\right)^{2}$$

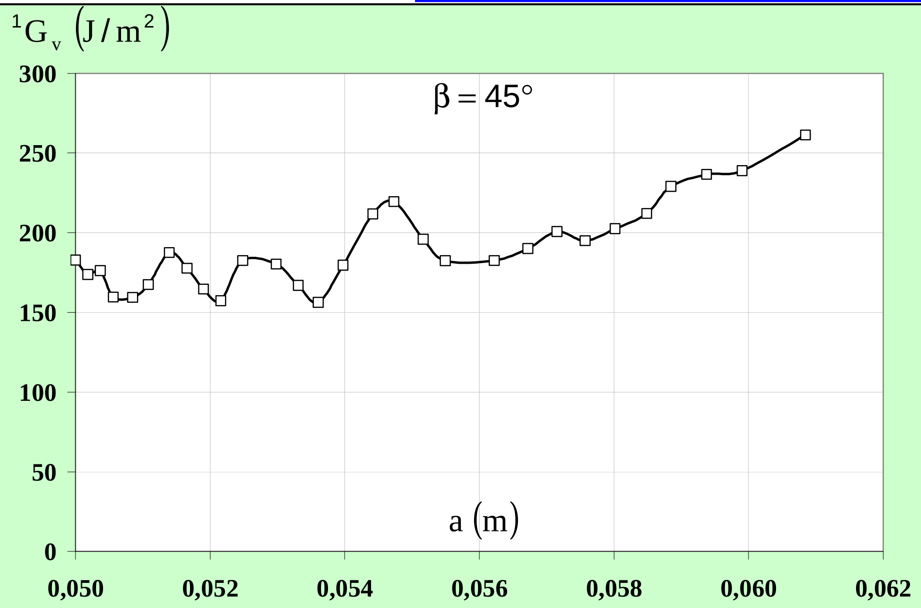
Mode I　　Mode II

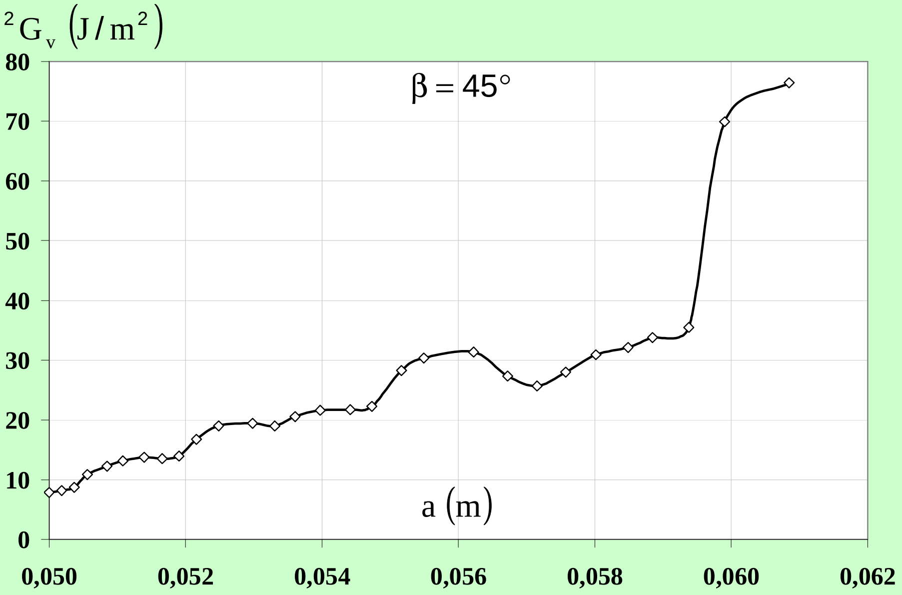
Contraintes limites en traction

Algorithme d'amorçage de fissure et dichotomie

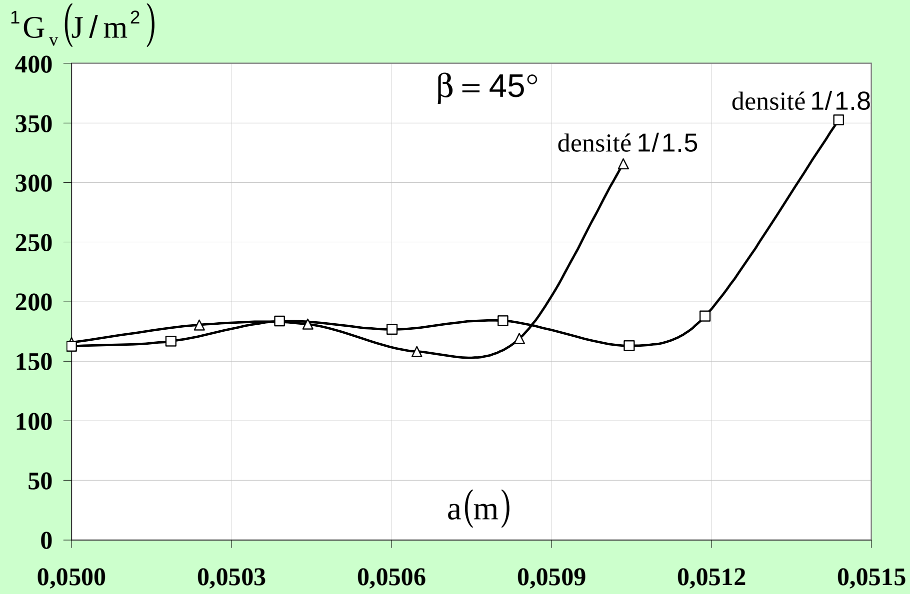


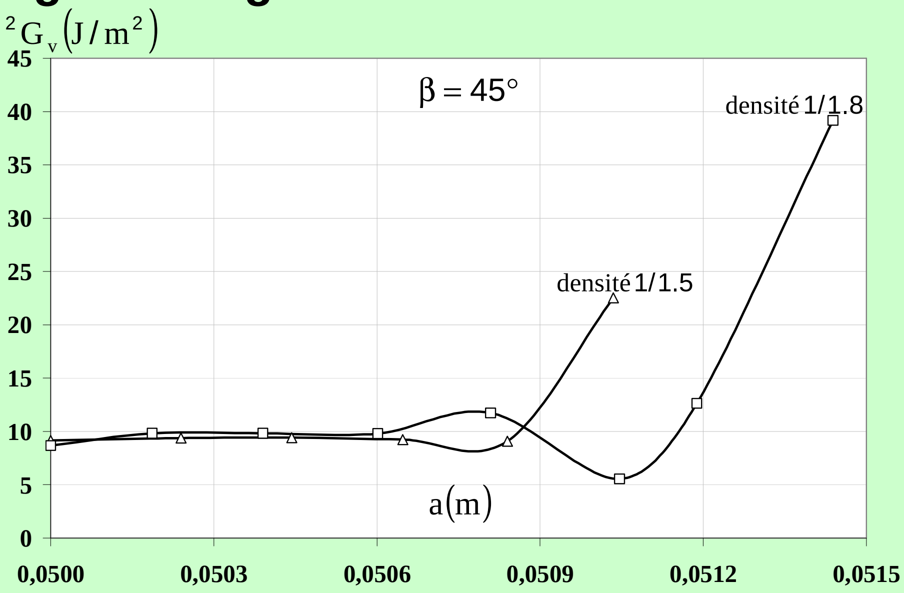
Résultats numériques





Taux de restitution d'énergie et longueur de fissure





Conclusions et perspectives

Modélisation numérique de l'intégrale M pour une fissure stationnaire

Modélisation numérique de M en propagation viscoélastique

Conception numérique de l'éprouvette 2MCG et comparaison aux prédictions

Propagation viscoélastique avec les phases d'amorçage et de propagation

Optimisation numérique de l'éprouvette 2MCG

Modélisation numérique des intégrales T et A (champs thermiques)

Propagation viscoélastique intégrant les phénomènes mécanosorptifs

CLUB CASTE3M2008

MODÉLISATION DE LA PROPAGATION DE FISSURE DANS LES MATÉRIAUX VISCOÉLASTIQUES ORTHOTROPES

Présenté par: Rostand MOUTOU PITTI

Le 21 novembre 2008, Paris

Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes (GEMH)

Université de Limoges

Centre Universitaire Génie Civil, 19300 Egletons