

Club Cast3m  
21 novembre 2008

**Modélisation du comportement  
hydromécanique post-fermeture  
d'une cavité souterraine remblayée**

**N. Dufour et H. Wong**

DGCB, ENTPE

**F. Deleruyelle**

IRSN



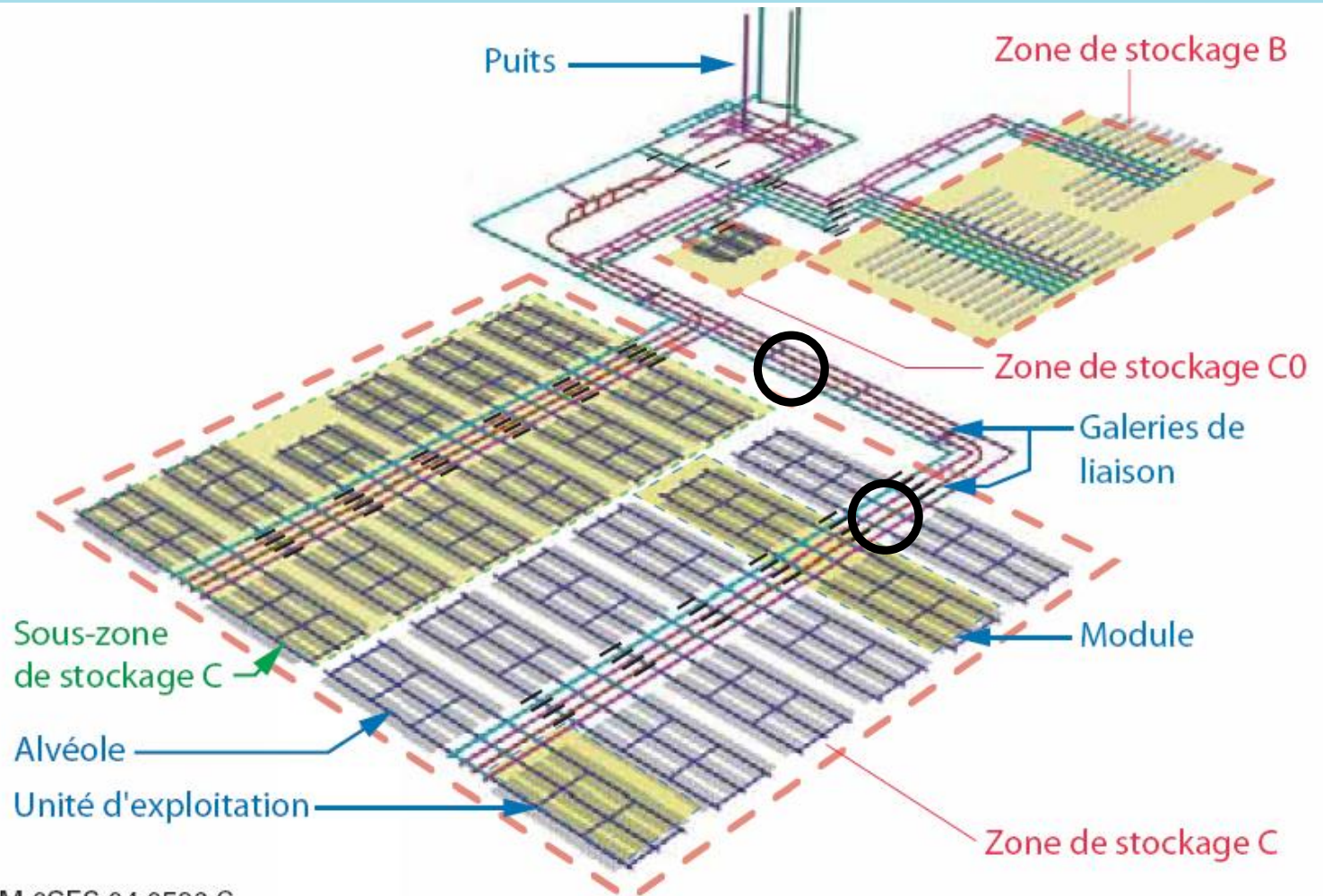
# Sommaire

---

- ▶ **Éléments contextuels**
- ▶ **Le problème posé**
- ▶ **Approches analytiques**
- ▶ **Modélisations numériques**
- ▶ **Conclusions et perspectives**

# Contexte

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives

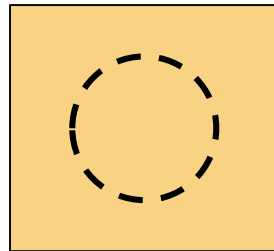


C.IM.0SES.04.0596.C

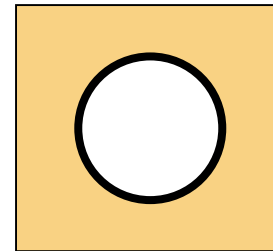
**Organisation générale du stockage de déchets radioactifs  
en couche géologique profonde**  
(Source : Dossier argile 2005, ANDRA)

# Idéalisation du problème

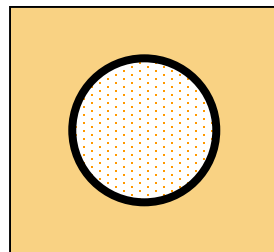
- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



(a) Etat initial

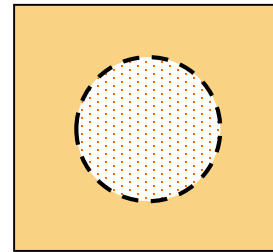


(b) Excavation, installation du revêtement



(c) Remblaiement, resaturation

**t=0**

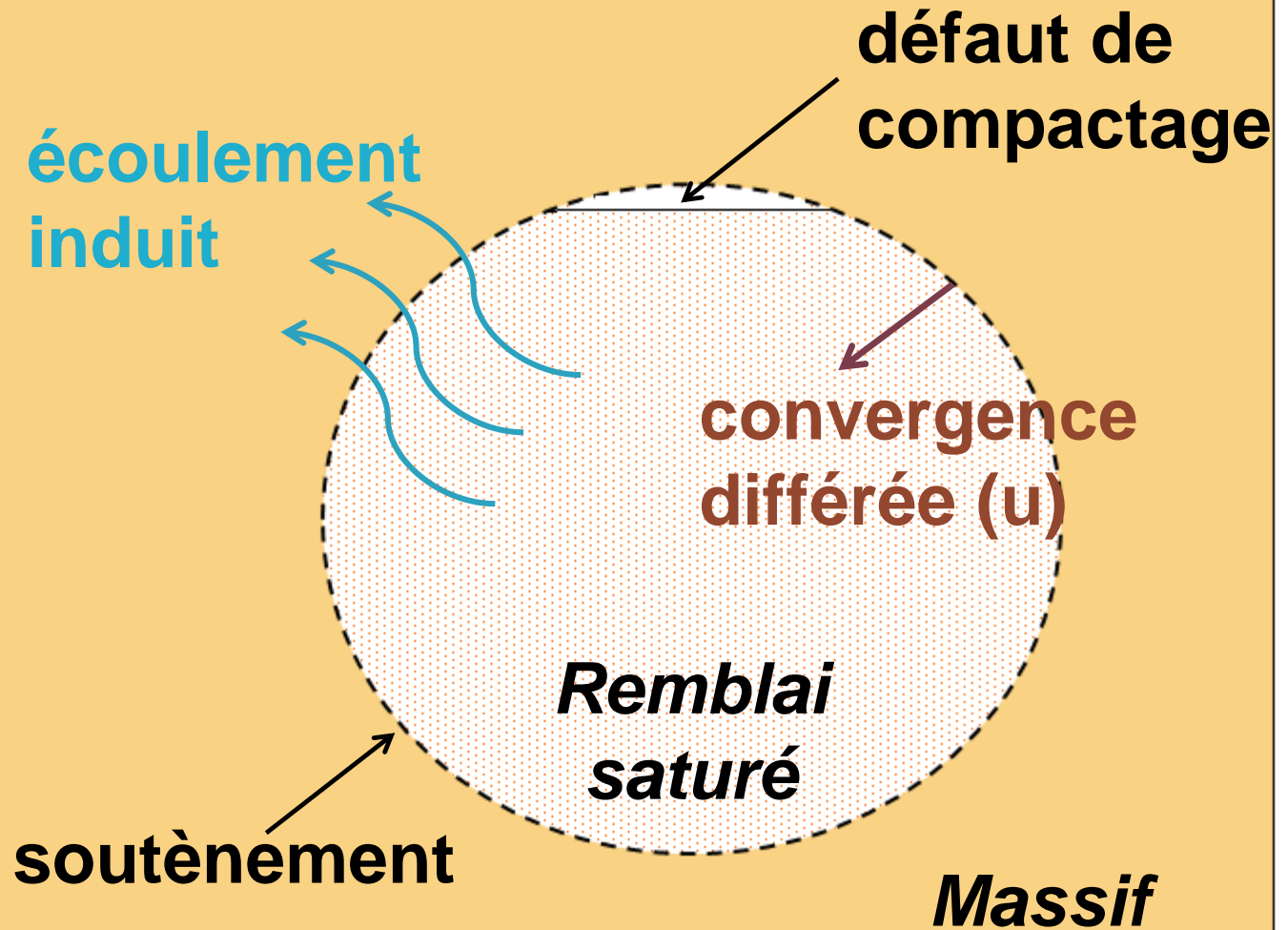


(d) Détérioration du revêtement

**t>0**

# Problème posé

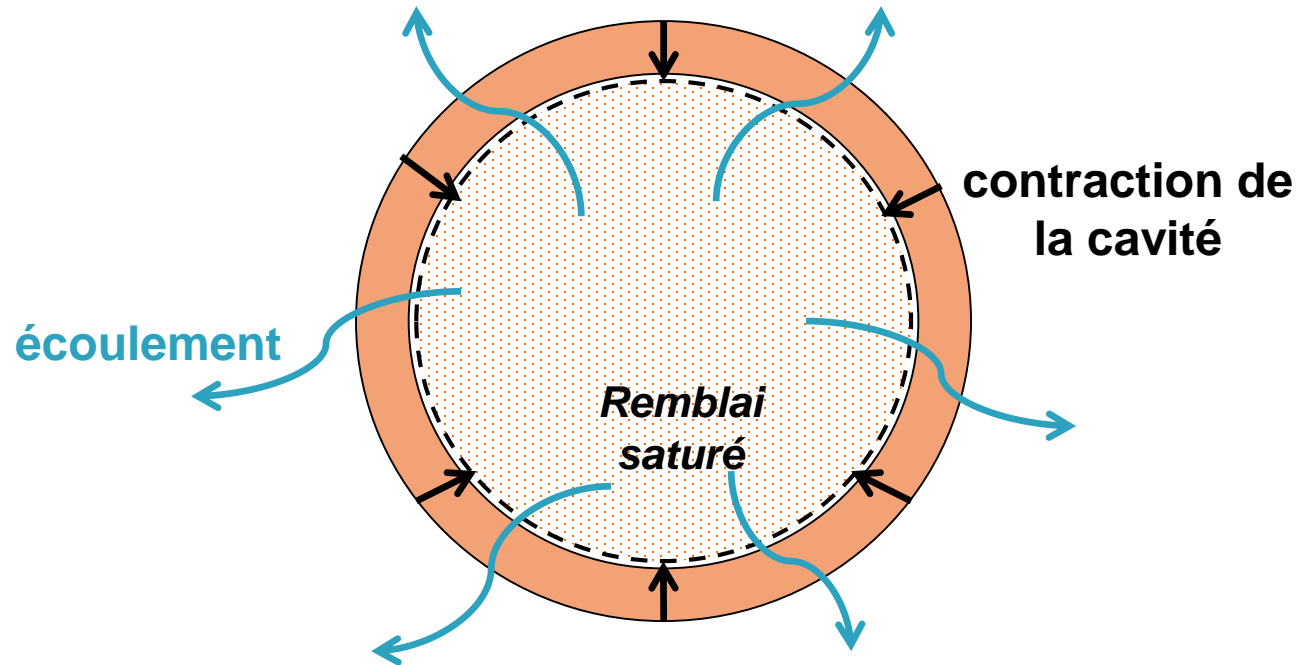
- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



# Conditions aux limites

## Hydraulique (en paroi)

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



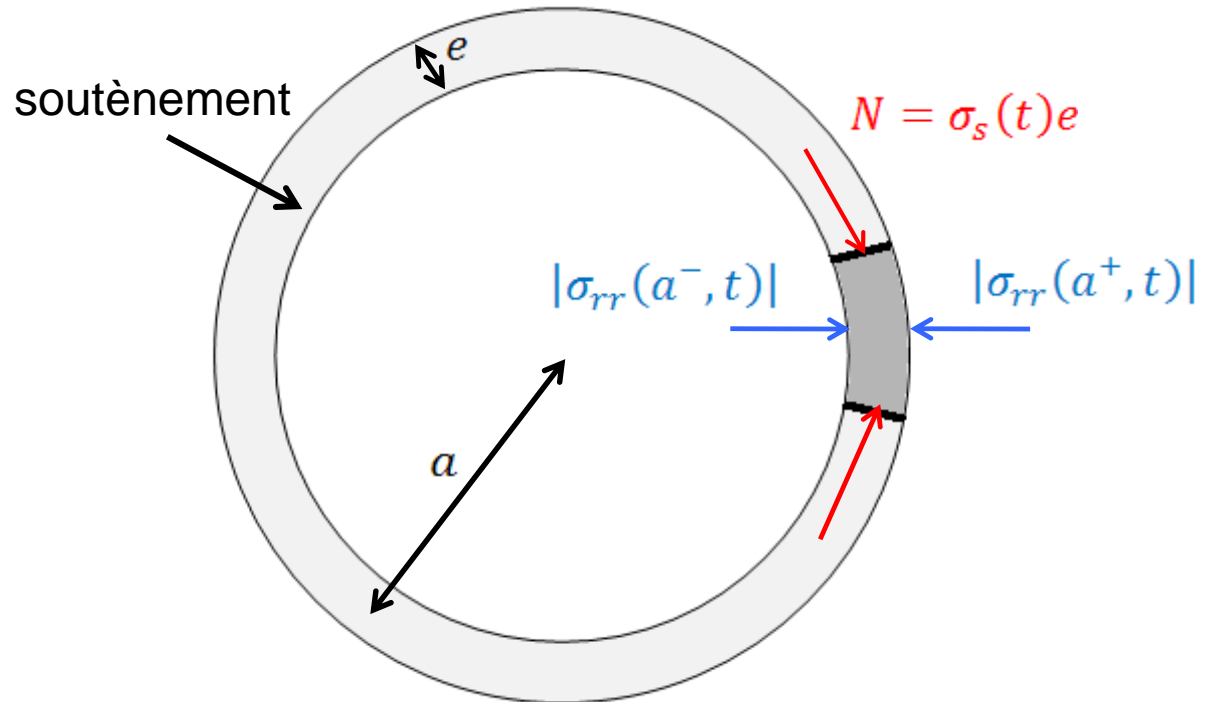
Incompressibilité de la phase solide  $\Rightarrow$

$$\lambda_h \frac{\partial(p - p_0)}{\partial r}(a, t) = \frac{\partial u}{\partial t}(a, t)$$

*vitesse de Darcy en paroi*                      *vitesse de déplacement de la paroi*

# Conditions aux limites

## Ⓞ Mécanique (en paroi)



$$-\sigma_{rr}(a^-, t) + \frac{\sigma_s(t)e}{a} = -\sigma_{rr}(a^+, t)$$

$$p_s(t) = (\Sigma_0 - p_0)e^{-\kappa t}$$

$\Sigma_0$  contrainte totale initiale

$p_0$  pression d'eau initiale

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives

# Démarche de l'étude en cours

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives

**Solution analytique  
poro-élastique**



**Solution semi-analytique  
poro-viscoélastique**



**Solutions numériques  
poro-viscoplastique  
autres comportements non linéaires**

Dans un premier temps :  
géométries simples

Ultérieurement :  
géométries plus complexes



# Solution analytique poro-élastique

# Solution analytique (géométrie sphérique)

- ⊙ Transformation de Laplace
- ⊙ Inversion analytique de la transformée de Laplace

En variables adimensionnelles :

$$p'(r', t') = p'_0 + \frac{1 - p'_0}{r'} \kappa' \left\{ A^* \varphi(r', t', \Omega_1) + B^* \varphi(r', t', \Omega_2) + C^* \varphi(r', t', -i\sqrt{\kappa'}) + D^* \varphi(r', t', i\sqrt{\kappa'}) \right\}$$

$$\varphi(r', t', h) = \frac{1}{\sqrt{\pi t'}} e^{-\frac{(r'-1)^2}{4t'}} + h e^{-h(r'-1) + h^2 t^2} \operatorname{erfc} \left( \frac{r'-1}{2\sqrt{t'}} - h\sqrt{t'} \right)$$

$$u'(r', t') = \frac{p'_0 - 1}{\omega r'^2} \left\{ g(r', t', \Omega_1) - g(r', t', \Omega_2) - A \varphi(r', t', \Omega_1) - B \varphi(r', t', \Omega_2) - C \varphi(r', t', -i\sqrt{\kappa'}) - D \varphi(r', t', i\sqrt{\kappa'}) \right\}$$

$$g(r', t', h) = \frac{1}{\Omega_1 - \Omega_2} \left\{ \left( \frac{1}{h} + r' \right) e^{-h-r'-1) + h^2 t'} \operatorname{erfc} \left( \frac{r'-1}{2\sqrt{t'}} - h\sqrt{t'} \right) - \frac{1}{h} \operatorname{erfc} \left( \frac{r'-1}{2\sqrt{t'}} \right) \right\}$$

$$A = \frac{1 + \Omega_1 r'}{(\Omega_1 - \Omega_2)(\kappa' + \Omega_1^2)}$$

$$C = \frac{i\sqrt{\kappa'} r' - 1}{2i\sqrt{\kappa'}(\sqrt{\kappa'} + \Omega_1)(\sqrt{\kappa'} + \Omega_2)}$$

$$B = \frac{1 + \Omega_2 r'}{(\Omega_1 - \Omega_2)(\kappa' + \Omega_2^2)}$$

$$D = \frac{i\sqrt{\kappa'} r' + 1}{2i\sqrt{\kappa'}(\sqrt{\kappa'} - \Omega_1)(\sqrt{\kappa'} - \Omega_2)}$$

# Solution semi-analytique poro-viscoélastique

# Solution analytique dans le domaine de Laplace (géométrie sphérique)

## ⊗ Fonctions de relaxation (Coussy)

$$K(t) = \left[ K_\infty - (K_\infty - K_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \right] H(t)$$

$$\mu(t) = \left[ \mu_\infty - (\mu_\infty - \mu_0) \exp\left(-\frac{t}{\theta_r}\right) \right] H(t)$$

## ⊗ Solution dans le domaine de Laplace

$$\overline{p'(r', s')} = \frac{p'_0}{s'} + \kappa' \omega'_e \frac{1 - p'_0}{r'} \frac{e^{-q'(r'-1)}}{\Omega'(s')(1+q')(s'+\kappa')}$$

$$\overline{u'(r', s')} = \frac{1 - p'_0}{r'^2} \frac{(1 + q'r') e^{-q'(r'-1)}}{\Omega'(s')(1+q')} \left( \frac{1}{(s'+\kappa')} - \frac{1}{s'} \right)$$

$$\text{Avec : } \omega_e = K_0 + \frac{4}{3}\mu_0 \quad q' = \sqrt{\frac{\omega'_e s'}{\omega'(s')}} \quad \alpha'(s') = \frac{\frac{1}{\tau'_c} + s'}{\frac{1}{\tau'_r} + s'} \quad \beta'(s') = \frac{\frac{1}{\theta'_c} + s'}{\frac{1}{\theta'_r} + s'}$$

$$\omega'(s') = K'_0 \alpha'(s') + \frac{4}{3} \mu'_0 \beta'(s')$$

$$\Omega'(s') = 3K'_R + \frac{4\mu'_0}{3} \beta'(s') + \omega'_e \frac{s'}{1+q'} \quad 12$$

▶ Contexte

▶ Solution analytique

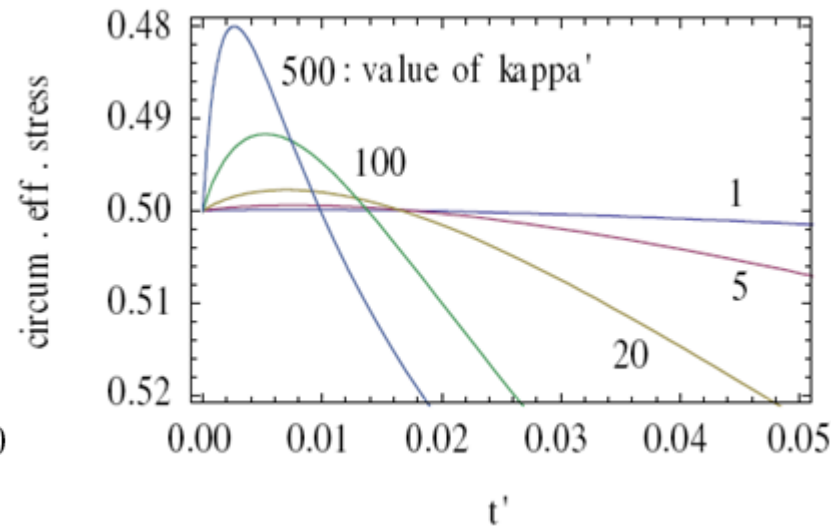
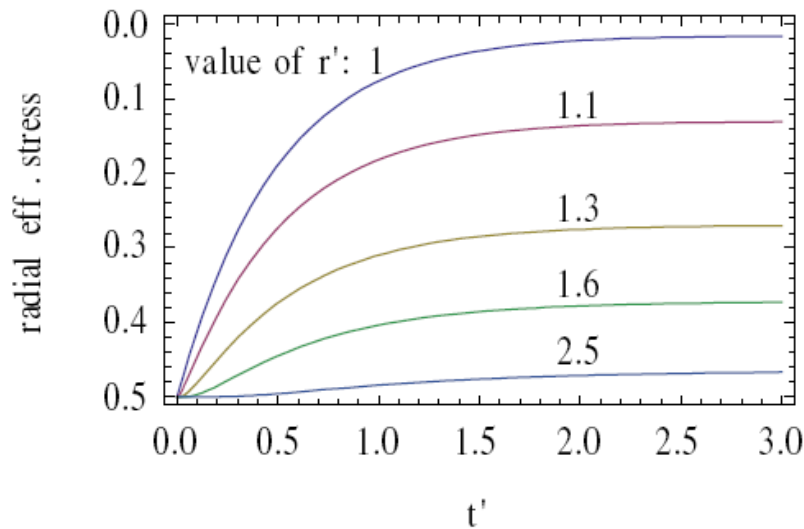
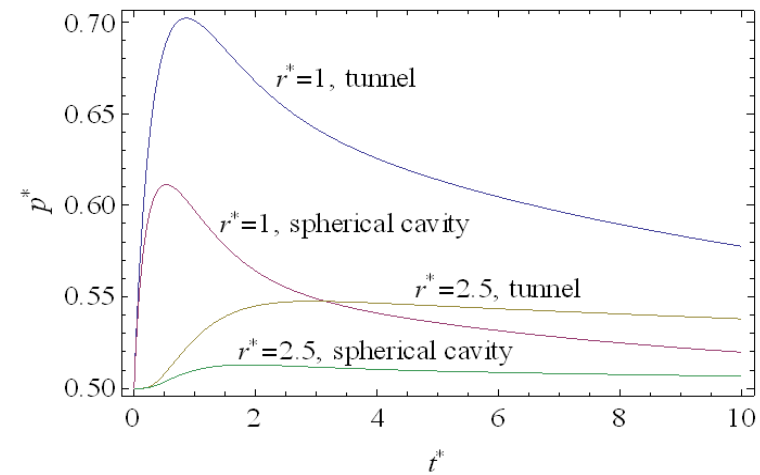
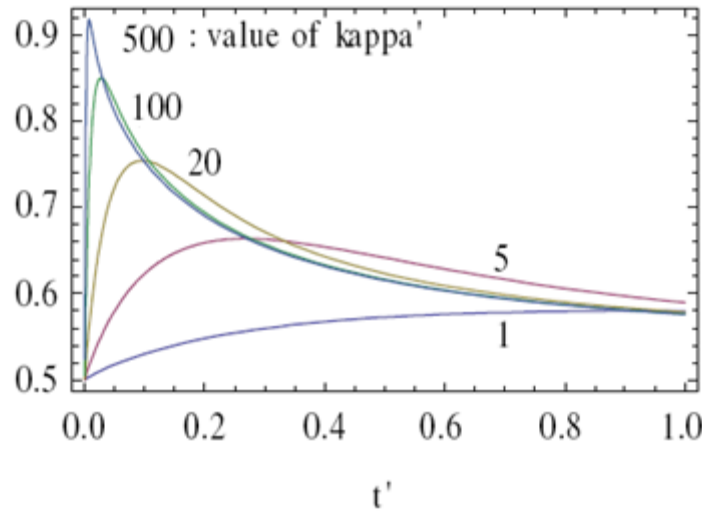
▶ Solution semi-analytique

▶ Solutions numériques

▶ Conclusions & perspectives

# Exemples de résultats analytiques

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



# Modélisations numériques

# Exemple de loi de comportement non linéaire

## ④ Décomposition des déformations

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \underbrace{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}_{\text{élastique}} + \underbrace{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}}_{\text{viscoplastique}}$$

## ④ Loi de Lemaître


$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{eq}^{vp} \frac{\boldsymbol{s}}{\sigma_{eq}} \quad \text{avec} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{eq}^{vp} = \gamma \left( \frac{\sigma_{eq} - \sigma_s}{\sigma_{ref}} \right)^n \frac{1}{(\boldsymbol{\varepsilon}_{eq}^{vp})^m}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{eq}^{vp} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}}$$

## ④ Loi de Norton-Hoff

$$\begin{cases} \sigma_s = 0 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \gamma \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{ref}} \right)^n \frac{3\boldsymbol{s}}{2\sigma_{eq}}$$

## ④ Poro-viscoplasticité

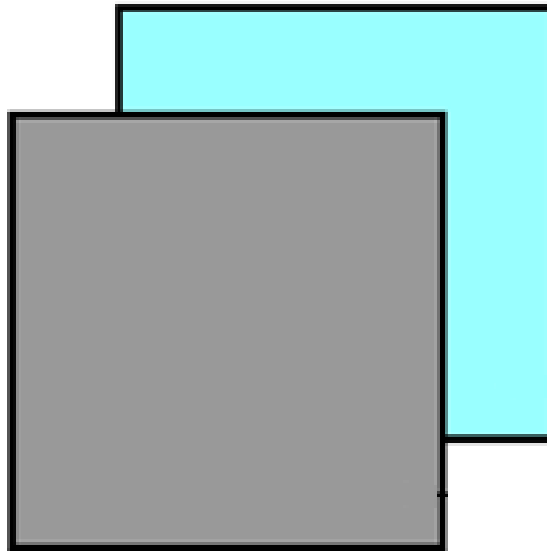

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{1}$$

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives

# Modélisation biphasique dans Cast3m

Loi de comportement poro-mécanique représentée par la superposition de 2 modèles

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



## (1) Modèle poro-élastique

$$d\sigma_{ij}^{(1)} = \left( K^{(1)} - \frac{2}{3}G^{(1)} \right) d\varepsilon_{kk} + 2Gd\varepsilon_{ij} - dp\delta_{ij}$$

Hypothèse : **matrice incompressible**

$$\begin{cases} E^{(1)} \approx 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow d\sigma_{ij}^{(1)} = -dp\delta_{ij}$$

## (2) Modèle mécanique monophasique

$$d\sigma_{ij}^{(2)} = D_{ijkl}^T d\varepsilon_{ij}$$

(1) + (2)  $\Rightarrow$  Comportement non linéaire

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^T d\varepsilon_{ij} - dp\delta_{ij}$$



# Validité de la superposition mise en œuvre dans Cast3m

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives

⊙ Inégalité de Clausius-Duhem  $\Phi_1 = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p + p d\Phi^p + X_{ij} dx_{ij} \geq 0$

⊙ Hypothèse : **matrice incompressible**  $d\Phi^p = d\varepsilon^p$

$$\Rightarrow \Phi_1 = ( \underbrace{\sigma_{ij} + p\delta_{ij}}_{\substack{\sigma'_{ij} \text{ contrainte} \\ \text{effective}}} ) d\varepsilon_{ij}^p + X_{ij} dx_{ij} \geq 0$$

fonction de charge :  $f(\sigma, p, X) \rightarrow f(\sigma', X)$

règle d'écoulement :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \quad dx_{ij} = d\lambda \frac{\partial g}{\partial X_{ij}} \quad d\lambda \geq 0$$

$\Rightarrow$  **Comportement non linéaire identique**

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^T d\varepsilon_{ij} - dp\delta_{ij}$$

# Définition des modèles dans Cast3m

\*Remblais

\*-----

mo1 = mode su1 poreux elastique isotrope trip quap ;  
ma1 = mate mo1 'YOUN' 50e6 'NU' 0.3  
'MOB' 1e(-9) 'COB' 1. 'PERM' 1e-12 'VISC' 1e-3 'ALPM' 0. ;

\*Massif

\*-----

\*(1) Modèle poro-élastique

mo2\_p = mode su2 poreux elastique isotrope trip quap ;  
ma2\_p = mate mo2\_p 'YOUN' 50e2 'NU' 0.  
'MOB' 1.49e(-21) 'COB' 1. 'PERM' 1e-20 'VISC' 1e-3 'ALPM' 0. ;

\*(2) Modèle mécanique monophasique

mo2\_s = mode su2 mecanique elastique isotrope fluage polynomial ;  
ma2\_s = mate mo2\_s 'YOUN' 4500e6 'NU' 0.295  
'AF0' 0 'AF1' (1e-21) 'AF2' 1.4 'AF3' 0 'AF4' 1  
'AF5' 0 'AF6' 1 ;

\*superposition

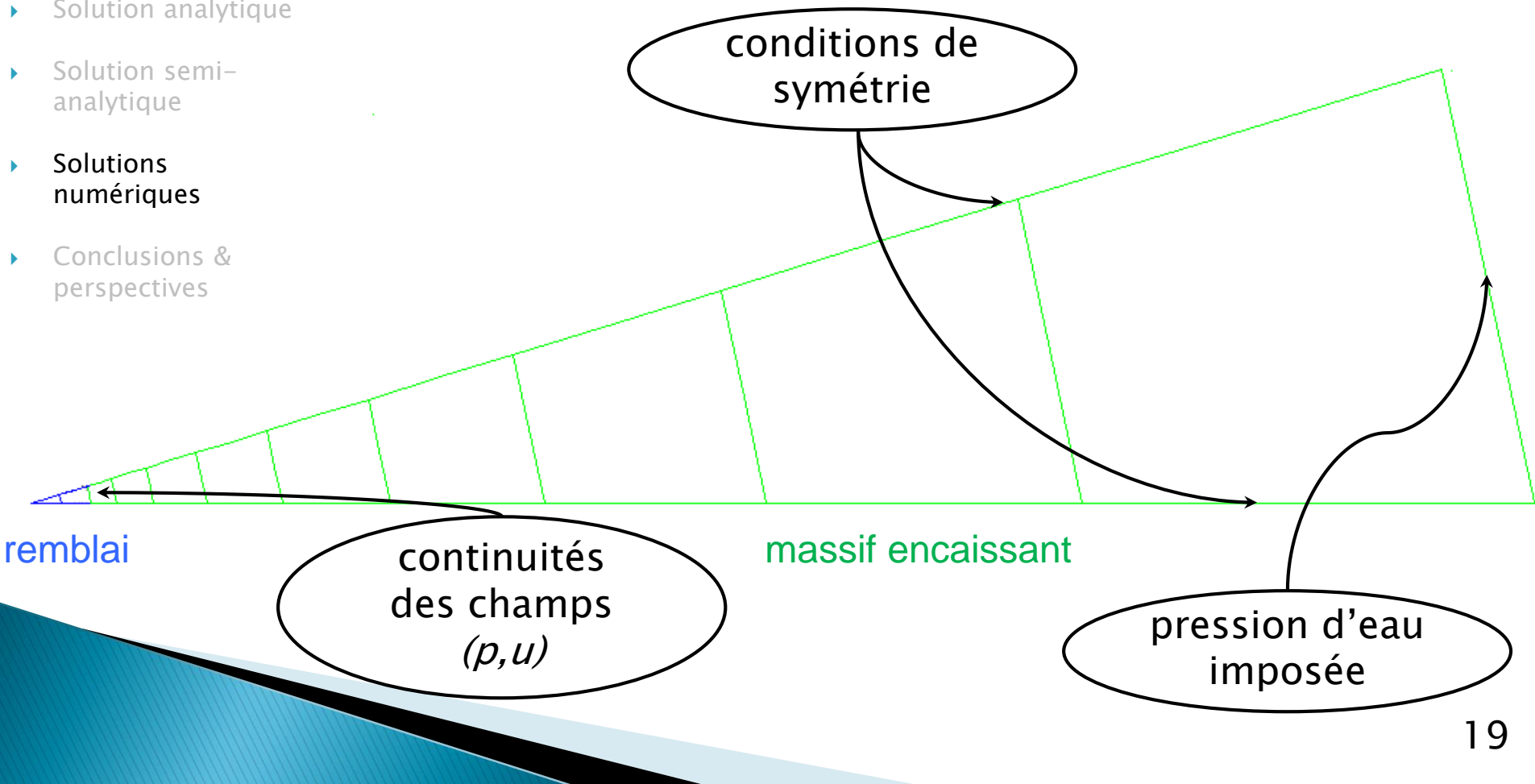
mo2 = mo2\_s et mo2\_p ;  
ma2 = ma2\_s et ma2\_p ;  
mo = mo1 et mo2 ;  
ma = ma1 et ma2 ;

$$v_f = AF_0 + AF_1 S^{AF_2} + AF_3 S^{AF_4} + AF_5 S^{AF_6}$$

# Maillage et conditions limites

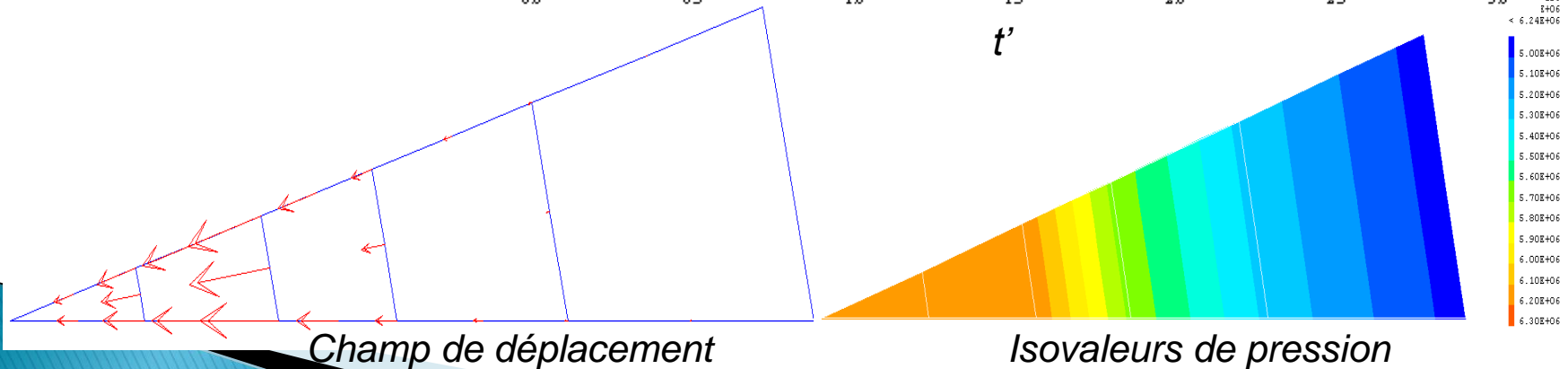
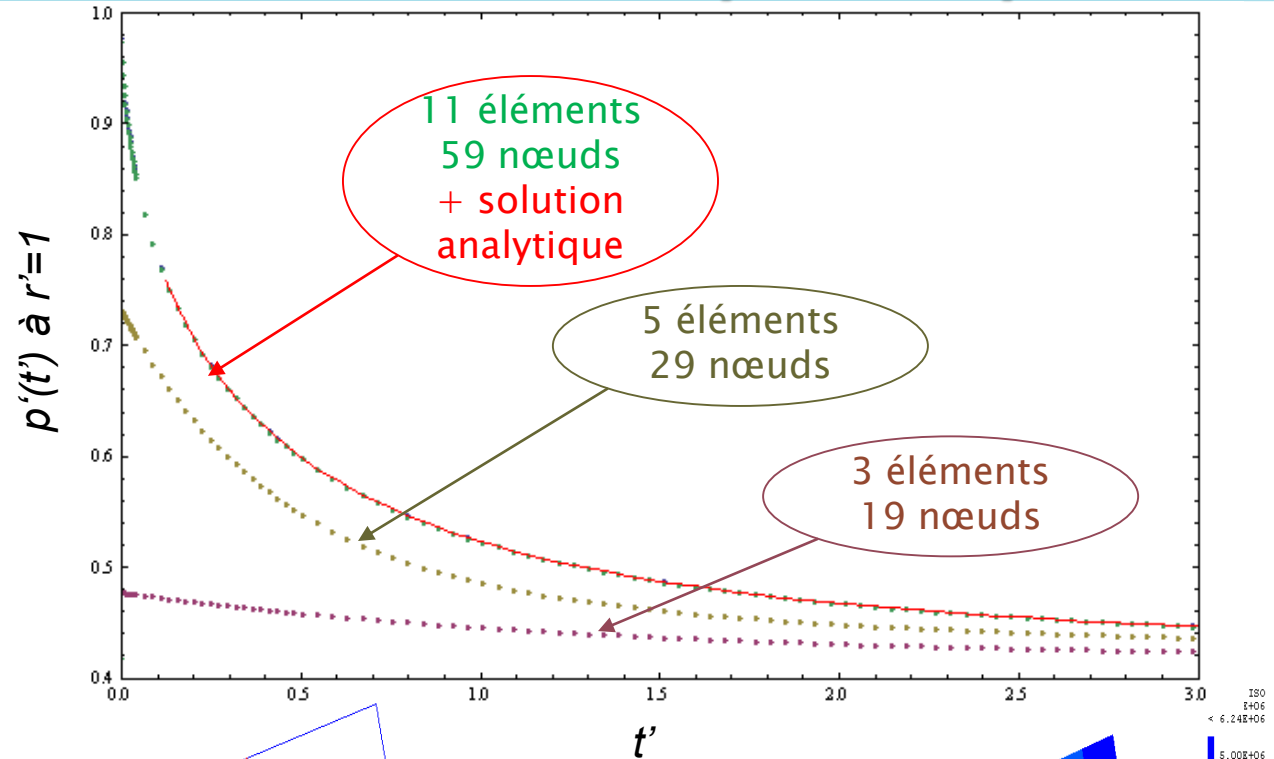
'MODE' PLAN DEFO → géométrie cylindrique  
AXIS → géométrie sphérique

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



# Comparaison analytique/numérique (poro-élasticité, cavité sphérique)

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



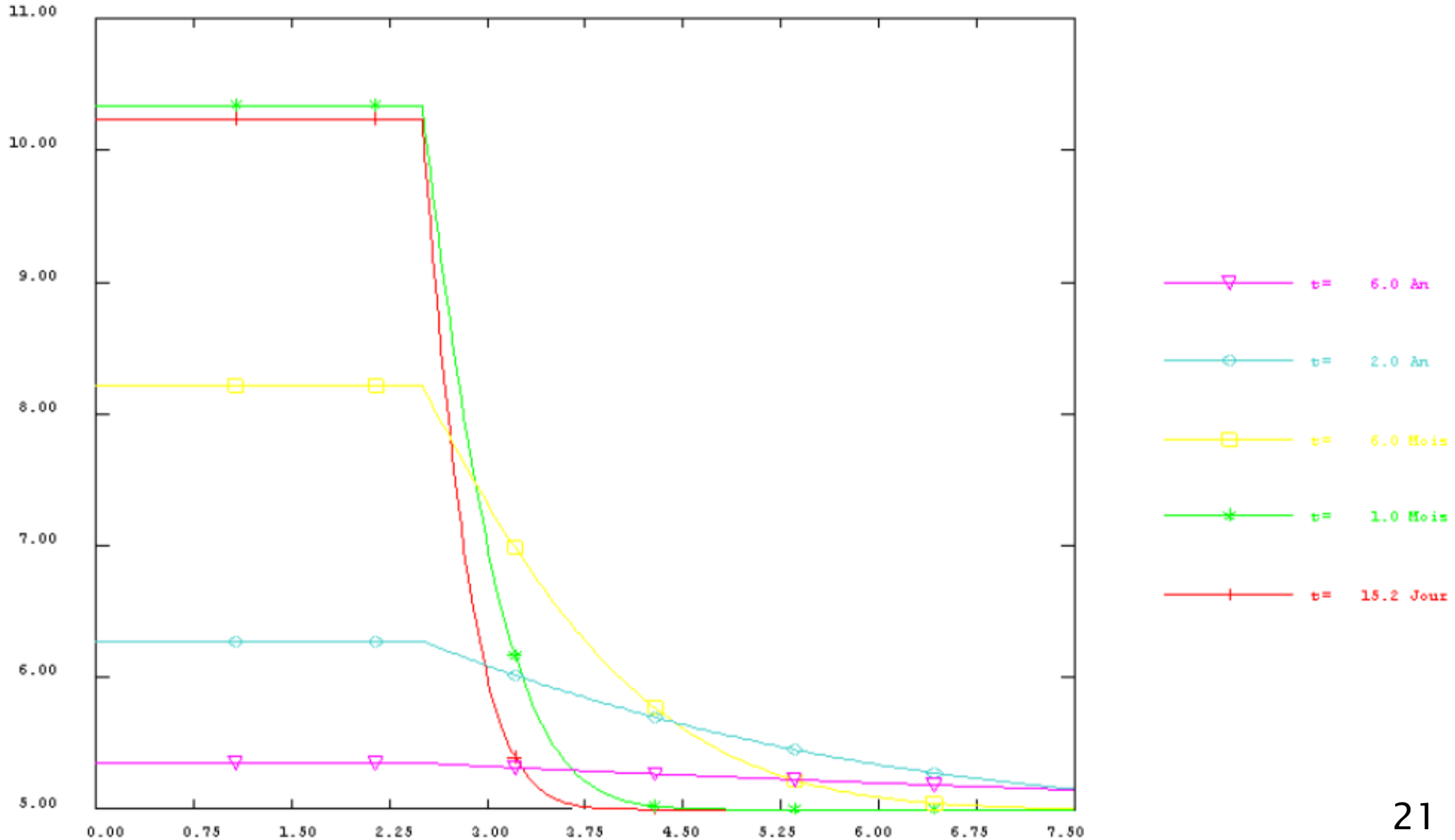
# Poros-élasticité

## *profils de la pression*

$P_w$ (MPa)

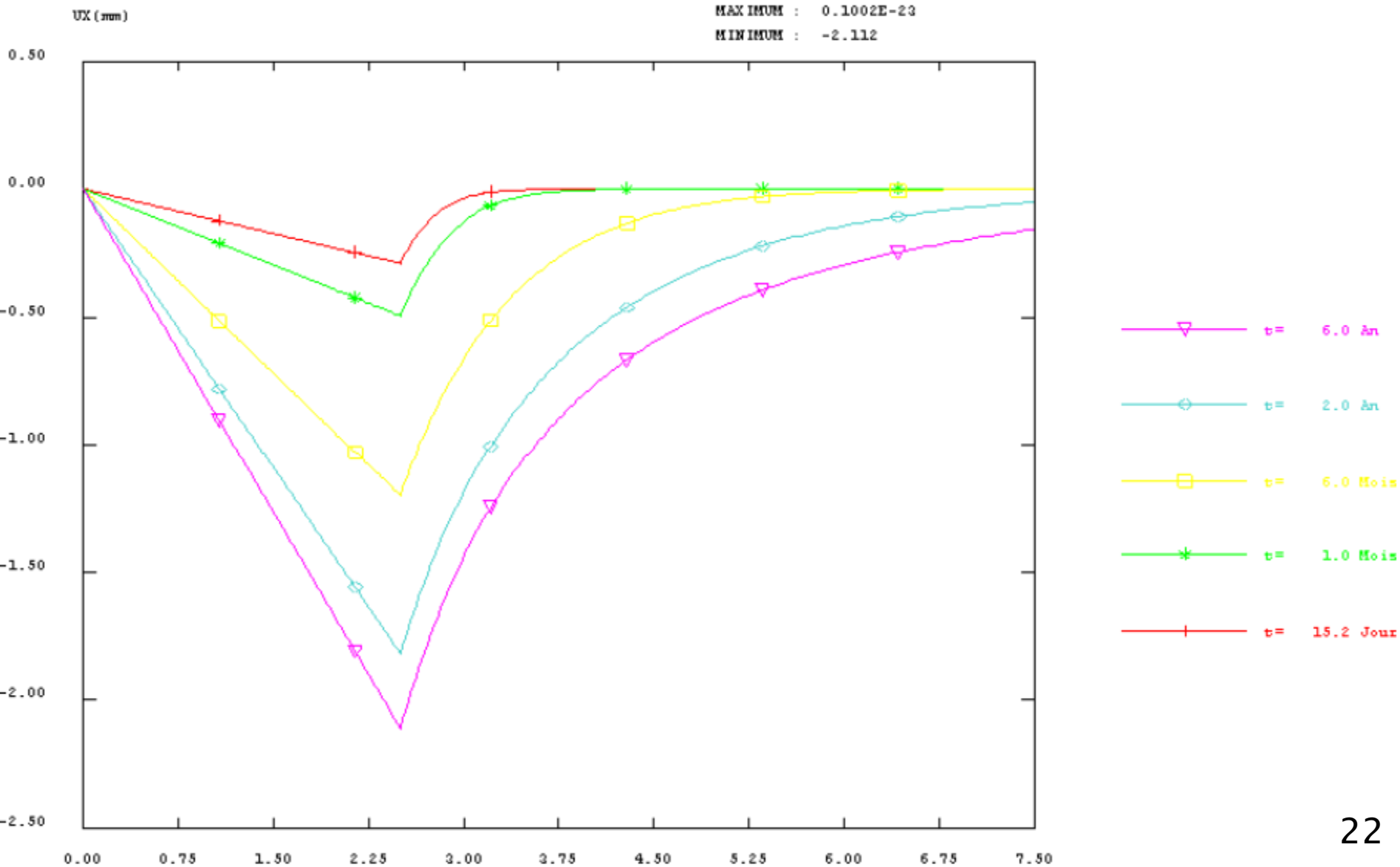
MAXIMUM : 10.34

MINIMUM : 5.000



# Poro-élasticité

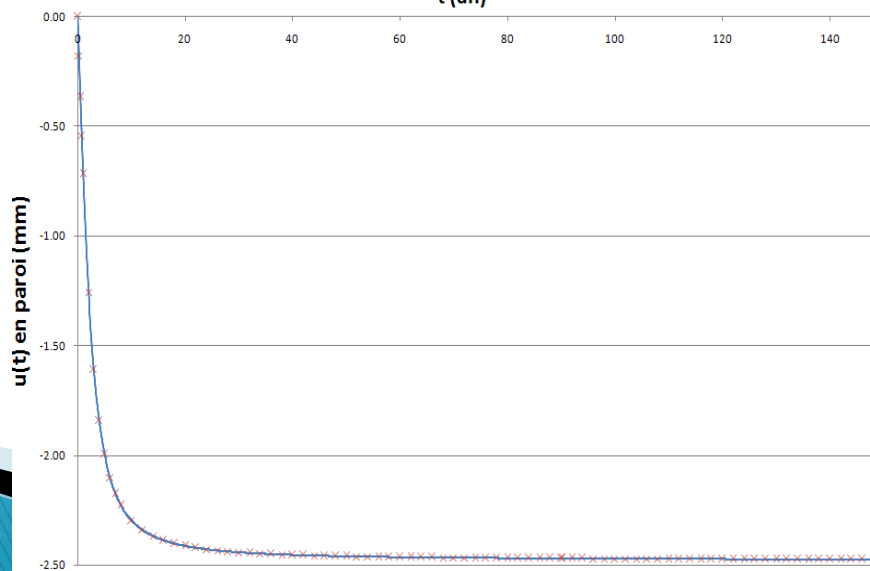
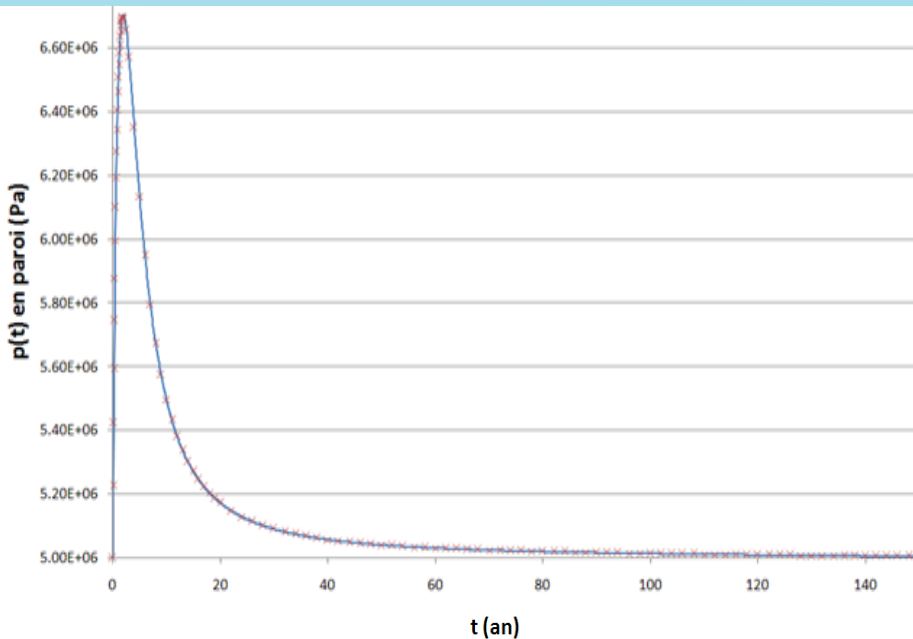
## *profils du déplacement*



# Cas poro-viscoplastique biphasique

## Viscosité infinie

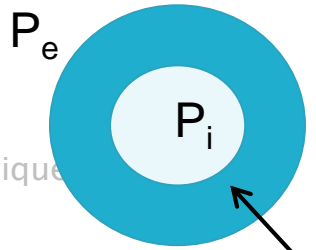
- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives



— poro-élastique  
× poro-visco-plastique  
(viscosité infinie)

# Cas viscoplastique monophasique

## Cas test de Pouya ( $p=0$ )

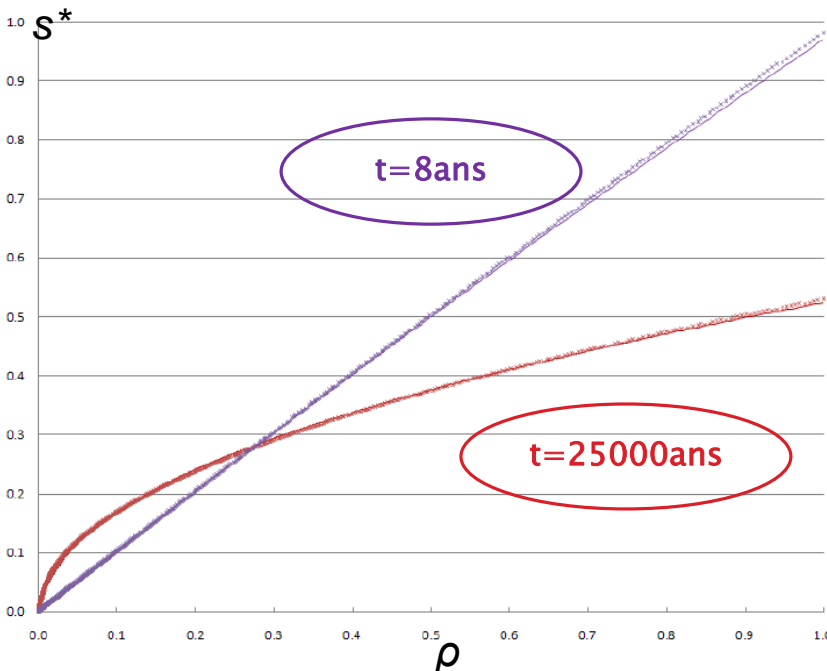
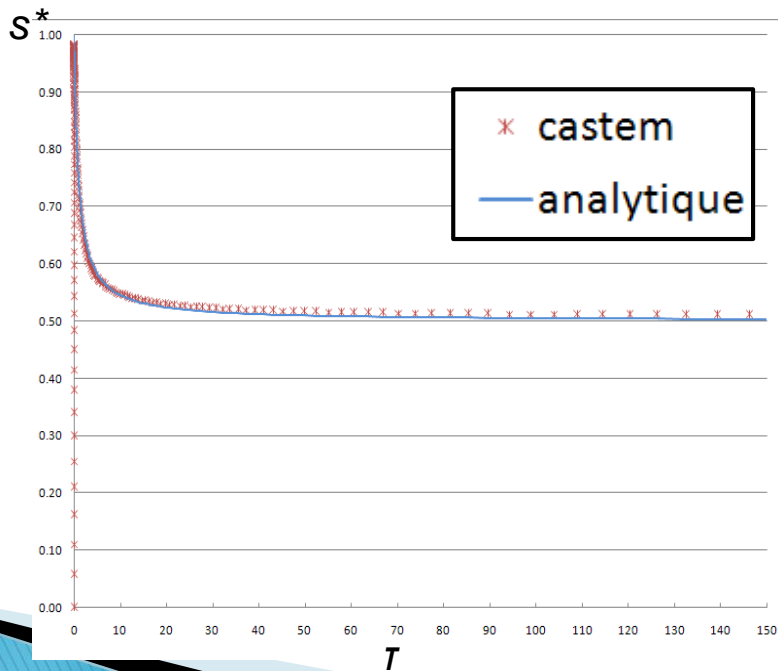


$$s^*(\rho, \tau) = \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{s_{caract}}$$

$$s^*(\rho, \tau) \cong \frac{\rho}{(1 + (n-1)\rho^{n-1}\tau)^{\frac{1}{n-1}}} + \frac{\rho^{1/n}}{n} \left( 1 - \frac{1}{(1 + (n-1)\rho^{\frac{n-1}{n}}\tau)^{\frac{1}{n-1}}} \right)$$

Matériau de Norton-Hoff

- ▶ Contexte
- ▶ Solution analytique
- ▶ Solution semi-analytique
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives





# Conclusions et perspectives

# Conclusions & perspectives

- ▶ Contexte → Problème d'une cavité sphérique ou cylindrique remblayée (remblai poro-élastique)
- ▶ Solution analytique → Solution analytique (massif poro-élastique)
- ▶ Solution semi-analytique → Solution semi-analytique (massif poro-viscoélastique)
- ▶ Solutions numériques
- ▶ Conclusions & perspectives → Modélisation numérique dans Cast3m :
  - - validée par modèle de Pouya (monophasique)
  - superposition de 2 modèles (cas biphasique)
  - comparaisons analytique/numérique satisfaisantes
- Perspectives : lois de comportement plus complexes, implémentation dans Cast3m ?