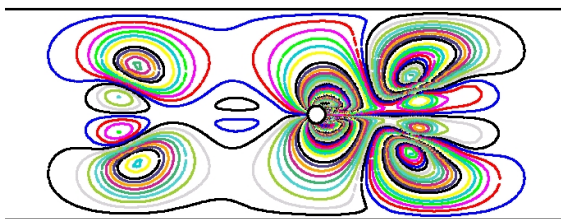


# Etude numérique et physique de l'interaction entre un fluide et un cylindre oscillant

**CEA, DEN, DM2S, SEMT, EMSI :**  
**Laboratoire d'Etudes de Mécanique Sismique**



Marion Duclercq  
Daniel Broc



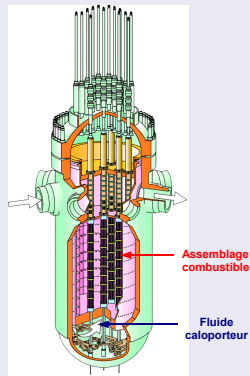
Club Cast3M  
21 novembre 2008

- 1 Contexte et modélisation
- 2 Implémentation sous Cast3M
- 3 Etude physique
- 4 Conclusions et perspectives

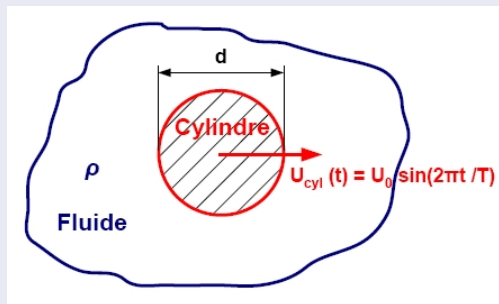
- 1 Contexte et modélisation
- 2 Implémentation sous Cast3M
- 3 Etude physique
- 4 Conclusions et perspectives

## Comportement des coeurs de réacteurs sous séisme

- C'est un problème d'interaction fluide - structure :
  - Structure : réseau d'assemblages combustibles
  - Fluide : fluide caloporteur
- On veut déterminer  $F_{\text{fluide}/\text{structure}}$



Coeur REP



- Problème 2D
- Cylindre soumis à un déplacement sinusoïdal transverse
- Fluide réel initialement au repos

## Equations de Navier-Stokes (incompressible)

$$\begin{cases} \operatorname{div}(u) = 0 \\ \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \Delta u \end{cases}$$

## Problème adimensionnel

$$\begin{cases} \operatorname{div}(u) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + K_c u \cdot \nabla u = -K_c \nabla p + \frac{K_c}{R_e} \Delta u \end{cases}$$

$$\text{avec } R_e = \frac{U_0 d}{\nu} \quad \text{et } K_c = 2\pi \frac{D}{d}$$

→ Plan  $(K_c, R_e)$

## Equations de Navier-Stokes (incompressible)

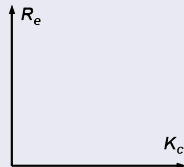
$$\begin{cases} \operatorname{div}(u) = 0 \\ \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \Delta u \end{cases}$$

## Problème adimensionnel

$$\begin{cases} \operatorname{div}(u) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + K_c u \cdot \nabla u = -K_c \nabla p + \frac{K_c}{Re} \Delta u \end{cases}$$

$$\text{avec } Re = \frac{U_0 d}{\nu} \quad \text{et } K_c = 2\pi \frac{D}{d}$$

→ Plan  $(K_c, Re)$



## Méthode énergétique

Bilan local des forces :

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \Delta u$$

Bilan local des puissances :

$$\rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -u \nabla p + \mu u \Delta u$$

Bilan global des puissances :

$$\int_{\Omega} \rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \int_{\Omega} (-u \nabla p + \mu u \Delta u)$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho u^2}_{\frac{dE_c}{dt} = P_{inertielle}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \left[ -\rho u \cdot n + \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) u \cdot n \right]}_{P_{cyl}} - \underbrace{\int_{\Omega} \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) \cdot \text{div} u}_{P_{dissipée}}$$

$$\text{soit } P_{cyl} = U_{cyl} F_{cyl} = P_{inertielle} + P_{dissipée}$$



## Méthode énergétique

Bilan local des forces :

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \Delta u$$

Bilan local des puissances :

$$\rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -u \nabla p + \mu u \Delta u$$

Bilan global des puissances :

$$\int_{\Omega} \rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \int_{\Omega} (-u \nabla p + \mu u \Delta u)$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho u^2}_{\frac{dE_c}{dt} = P_{inertielle}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \left[ -\rho u \cdot n + \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) u \cdot n \right]}_{P_{cyl}} - \underbrace{\int_{\Omega} \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) \cdot \text{div} u}_{P_{dissipée}}$$

$$\text{soit } P_{cyl} = U_{cyl} F_{cyl} = P_{inertielle} + P_{dissipée}$$

## Méthode énergétique

Bilan local des forces :

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \mu \Delta u$$

Bilan local des puissances :

$$\rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -u \nabla p + \mu u \Delta u$$

Bilan global des puissances :

$$\int_{\Omega} \rho u \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \int_{\Omega} (-u \nabla p + \mu u \Delta u)$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho u^2}_{\frac{dE_c}{dt} = P_{inertielle}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \left[ -p u \cdot n + \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) u \cdot n \right]}_{P_{cyl}} - \underbrace{\int_{\Omega} \mu \left( \frac{1}{2} (\nabla u + {}^t \nabla u) \right) \cdot \text{div } u}_{P_{dissipée}}$$

$$\text{soit } P_{cyl} = U_{cyl} F_{cyl} = P_{inertielle} + P_{dissipée}$$

## Méthode énergétique

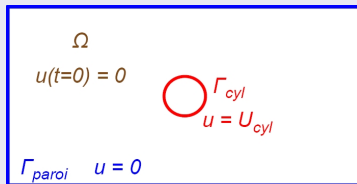
$$P_{cyl} = U_{cyl} F_{cyl} = P_{inertielle} + P_{dissipée}$$

## Avantages

- Pas d'approximations
- Valable  $\forall (K_c, R_e)$
- Un sens physique précis

- 1 Contexte et modélisation
- 2 Implémentation sous Cast3M**
- 3 Etude physique
- 4 Conclusions et perspectives

# Référentiel de calcul et maillage



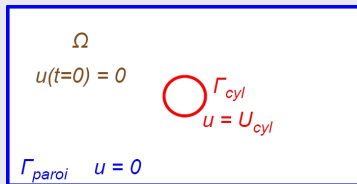
$u(x, t)$  vitesse absolue } dans le référentiel fixe  
 $p(x, t)$  pression

- Changement de référentiel :

$u'(x', t)$  vitesse absolue } dans le référentiel mobile  
 $p'(x', t)$  pression

- Avantages :

- On a directement  $u(x, t) = u'(x', t)$  et  $p(x, t) = p'(x', t)$
- Maillage invariant au cours du calcul



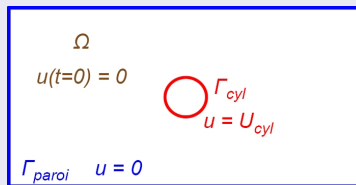
$u(x, t)$  vitesse absolue } dans le référentiel fixe  
 $p(x, t)$  pression }

- Changement de référentiel :

$u'(x', t)$  vitesse absolue } dans le référentiel mobile  
 $p'(x', t)$  pression }

- Avantages :

- On a directement  $u(x, t) = u'(x', t)$  et  $p(x, t) = p'(x', t)$
- Maillage invariant au cours du calcul



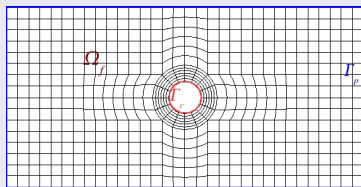
$u(x, t)$  vitesse absolue } dans le référentiel fixe  
 $p(x, t)$  pression }

- Changement de référentiel :

$u'(x', t)$  vitesse absolue } dans le référentiel mobile  
 $p'(x', t)$  pression }

- Avantages :

- On a directement  $u(x, t) = u'(x', t)$  et  $p(x, t) = p'(x', t)$
- Maillage invariant au cours du calcul



$u(x, t)$  vitesse absolue } dans le référentiel fixe  
 $p(x, t)$  pression }

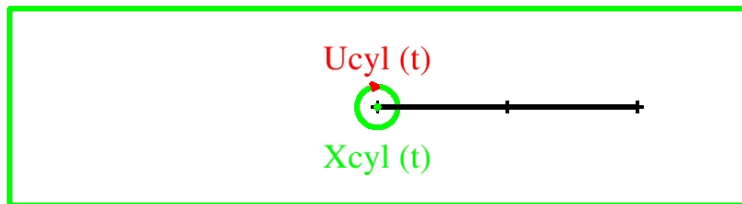
- Changement de référentiel :

$u'(x', t)$  vitesse absolue } dans le référentiel mobile  
 $p'(x', t)$  pression }

- Avantages :

- On a directement  $u(x, t) = u'(x', t)$  et  $p(x, t) = p'(x', t)$
- Maillage invariant au cours du calcul



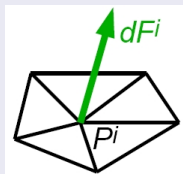


Oscillations du cylindre

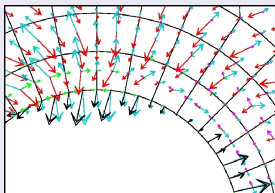
# Discrétisation des équations

équation continue      opérateurs Cast3M      forces intégrées

$\frac{\partial u}{\partial t}$	$\xrightarrow{'DFDT'}$	$dF_{DFDT}$
$K_c u \cdot \nabla u$	$\xrightarrow{'KONV'}$	$dF_{KONV}$
$-K_c \nabla p$	$\xrightarrow{'GRDP'}$	$dF_{GRDP}$
$\frac{K_c}{R_e} \Delta u$	$\xrightarrow{'LAPN'}$	$dF_{LAPN}$



Force intégrée au point  $P^i$



- $dF_{DFDT}$
- $dF_{KONV}$
- $dF_{GRDP}$
- $dF_{LAPN}$
- $dF_{tot} = dF_{DFDT} + dF_{KONV} - dF_{GRDP} - dF_{LAPN}$

Forces intégrées

$$dF_{tot}^i = dF_{DFDT}^i + dF_{KONV}^i - dF_{GRDP}^i - dF_{LAPN}^i \left| \begin{array}{l} = 0 \text{ si } P^i \in \overset{\circ}{\Omega} \\ \neq 0 \text{ si } P^i \in \partial\Omega = \Gamma_{cyl} \cup \Gamma_{paroi} \end{array} \right.$$

D'où :

$$\sum_{P^i \in \Gamma_{cyl}} \left( dF_{tot}^i = dF_{DFDT}^i + dF_{KONV}^i - dF_{GRDP}^i - dF_{LAPN}^i \right) = F_{cyl \rightarrow fluide}$$

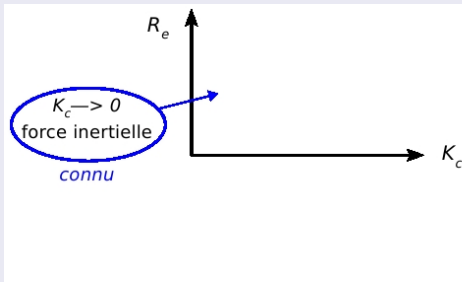
- 1 Contexte et modélisation
- 2 Implémentation sous Cast3M
- 3 Etude physique**
- 4 Conclusions et perspectives

## Plan ( $K_c, R_e$ )



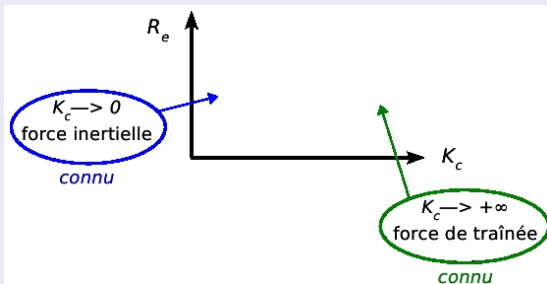
- Validation du programme sous Cast3M avec les deux cas extrêmes ;
- Etude de la zone intermédiaire :
  - Comportement physique du système ?
  - Frontières des domaines ?

## Plan ( $K_c, R_e$ )



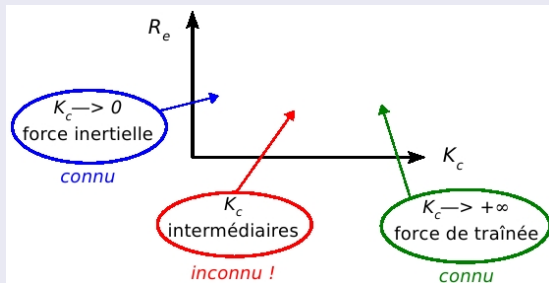
- Validation du programme sous Cast3M avec les deux cas extrêmes ;
- Etude de la zone intermédiaire :
  - Comportement physique du système ?
  - Frontières des domaines ?

## Plan ( $K_c, R_e$ )



- Validation du programme sous Cast3M avec les deux cas extrêmes ;
- Etude de la zone intermédiaire :
  - Comportement physique du système ?
  - Frontières des domaines ?

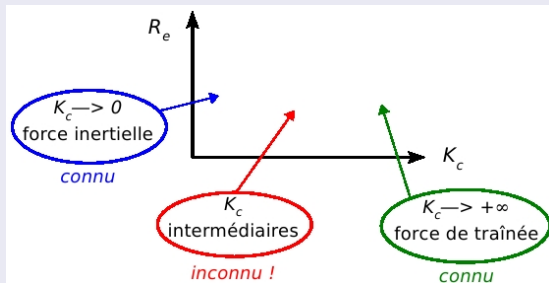
## Plan ( $K_c, R_e$ )



- Validation du programme sous Cast3M avec les deux cas extrêmes ;
- Etude de la zone intermédiaire :
  - Comportement physique du système ?
  - Frontières des domaines ?

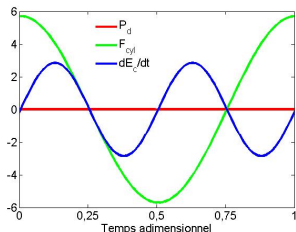


## Plan ( $K_c, R_e$ )

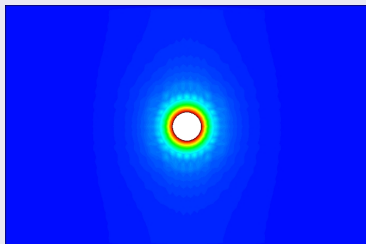


- Validation du programme sous Cast3M avec les deux cas extrêmes ;
- Etude de la zone intermédiaire :
  - Comportement physique du système ?
  - Frontières des domaines ?

## Cas inertiel : $K_c \rightarrow 0$



Bilan énergétique ( $K_c = 10^{-4}$ )

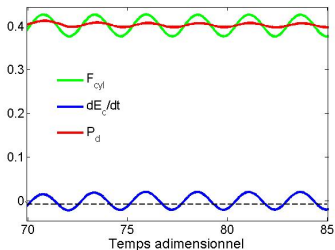


Norme de la vitesse ( $K_c = 10^{-4}$ )

$$P_{dissipative} \ll P_{inertielle}$$

$$F_{cyl} = -m_a \Gamma_{cyl} \quad \text{avec } m_a : \text{masse ajoutée}$$

## Cas de traînée : $K_C \rightarrow +\infty$

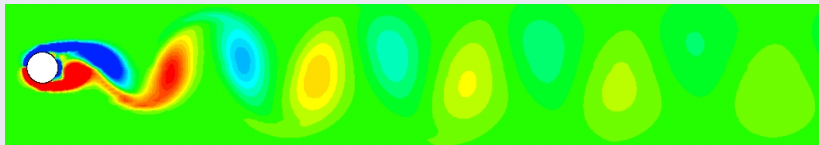


Bilan énergétique en régime établi :

$$P_{dissipative} \gg P_{inertielle}$$

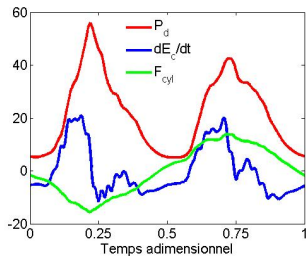
$$F_{cyl} = -C_x \frac{1}{2} \rho d |U_{cyl}| U_{cyl}$$

avec  $C_x$  : coefficient de traînée



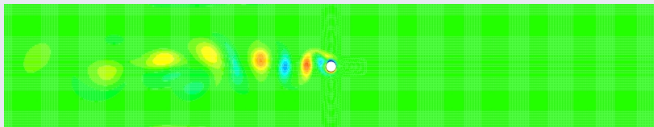
Champ de vorticité :  
dissipation dans une large allée de Von Karman.

## Cas intermédiaire : $K_c = 100$



Bilan énergétique en régime établi :

$P_{dissipative}$  et  $P_{inertielle}$  sont  
du même ordre de grandeur.



Champ de vorticité.

- 1 Contexte et modélisation
- 2 Implémentation sous Cast3M
- 3 Etude physique
- 4 Conclusions et perspectives**

# Conclusions et perspectives

- Le plan ( $K_C$ ,  $R_e$ ) permet de caractériser le système ;
- Développement d'une approche énergétique ;
- Cast3M permet naturellement d'écrire des bilans.

