

CALCUL BLOCS-À-BLOCS DE MAÇONNERIES AVEC CAST3M :
IMPLÉMENTATION DE NOUVEAUX MODÈLES DE JOINTS



École nationale supérieure
d'architecture Paris-Malaquais





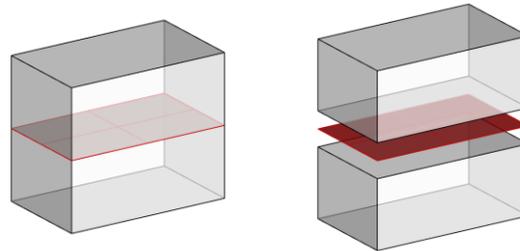
- Chantier scientifique Notre-Dame de Paris, groupe de travail Génie Civil et calcul de structure



- Cinq laboratoires de recherche dont GSA



- Modélisation par méthode des éléments finis bloc-à-bloc avec interfaces



Deux blocs tridimensionnels
séparés par une interface bidimensionnelle

*Paul Nongayrède, Etudes de voûtes sexpartites
par MEF blocs-à-blocs, annexe GSA, 2021*

Intérieur de la cathédrale Notre-Dame de Paris après la pose des filets

Crédits: Alexis Komenda, C2RMF, ministère de la Culture

Hypothèses

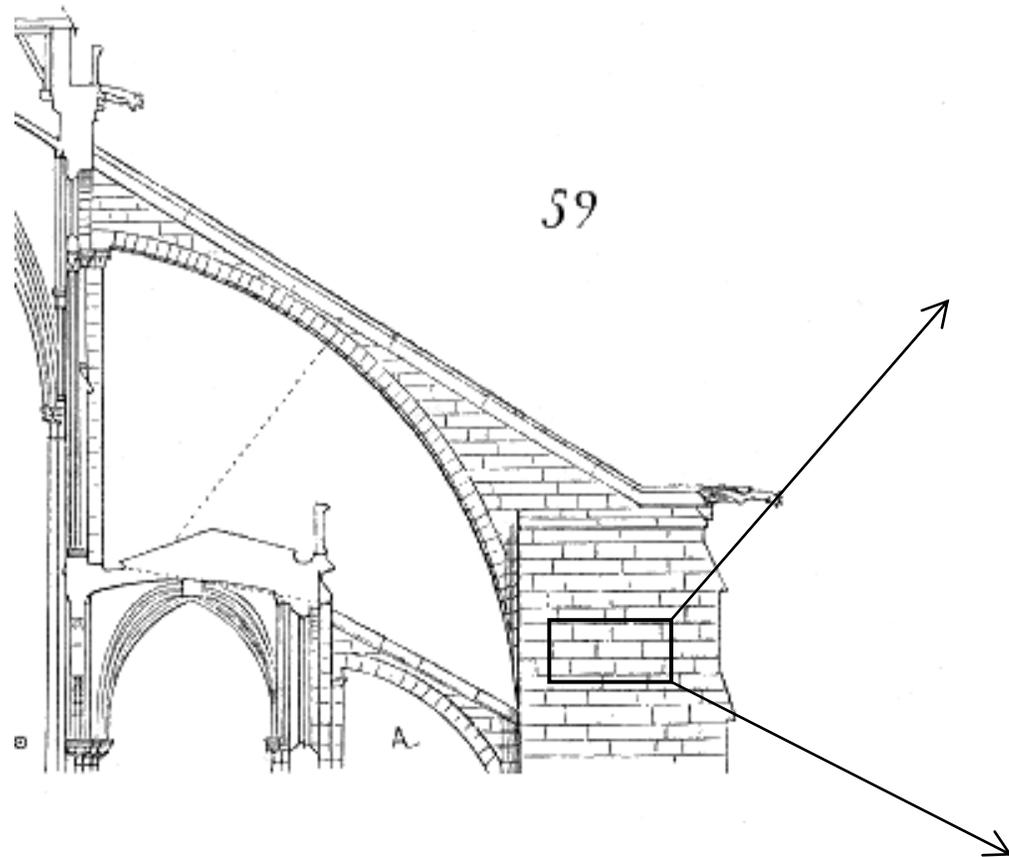
Modèles joints sec et cohésif

Routine coul3.eso

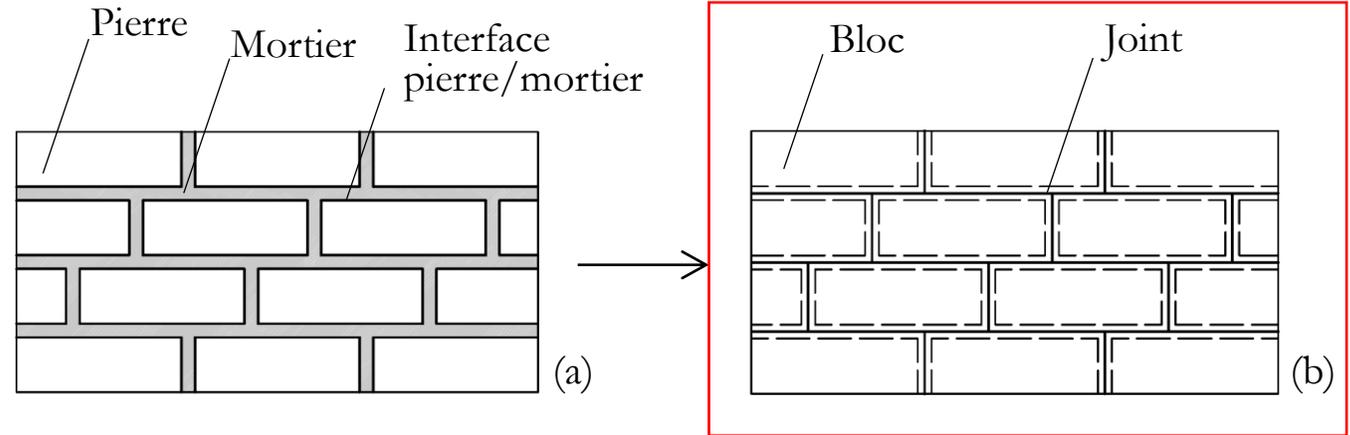
Modèle de Mohr-Coulomb modifié

Modèles endommageables

Hypothèses



Arc boutant de Notre-Dame de Paris
 Eugène Viollet-Le-Duc, *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^{ème} au XVI^{ème} siècle*, 1856



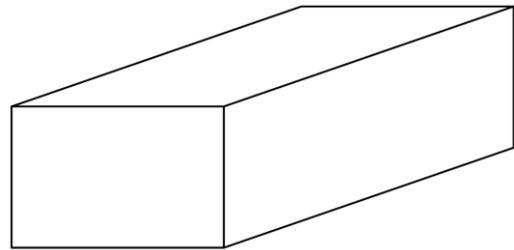
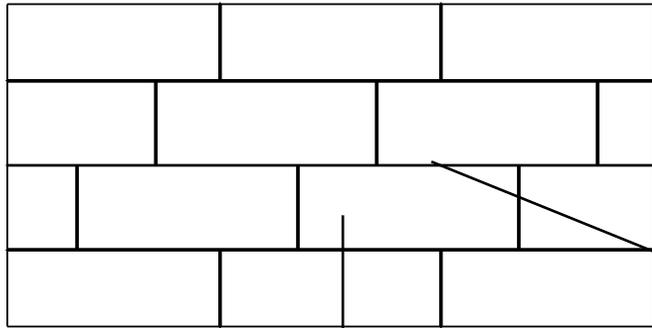
Stratégie de modélisation adoptée: (a) approche micro-échelle détaillée, (b) approche micro-échelle simplifiée

D'après: Paulo B. Lourenço, Computational strategies for masonry structures: multi-scale modelling, dynamics, engineering, applications and other challenges, Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2013



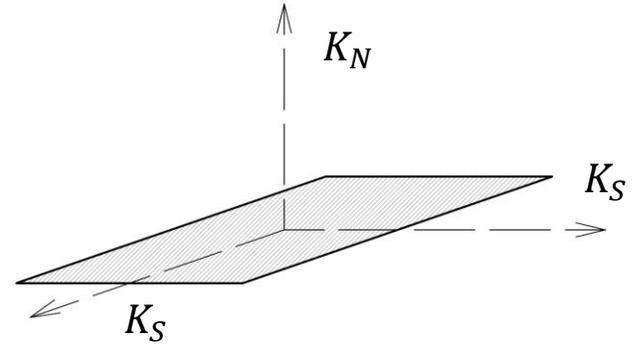
Propagation courante de la fissuration
 Vincent Venzal, *Modélisation discrète du comportement mécanique des ouvrages maçonnés en pierre*, Université de Bordeaux, 2020

Approche micro-échelle simplifiée

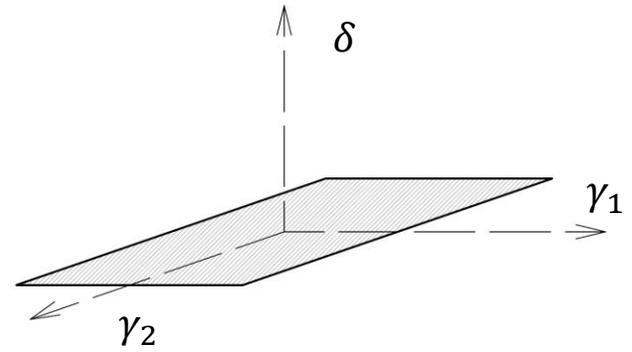


Comportement élastique isotrope

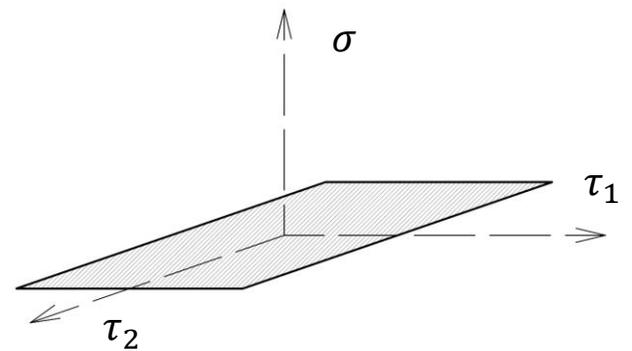
Modélisation des blocs



Rigidités



Déplacements

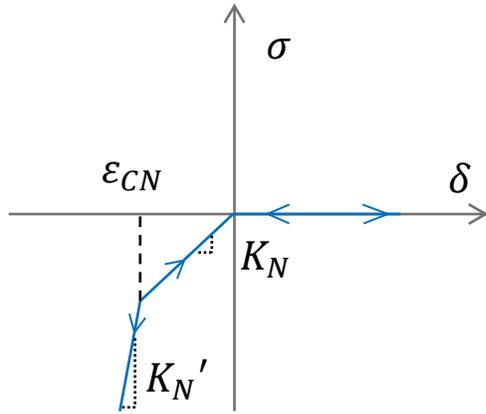


Contraintes

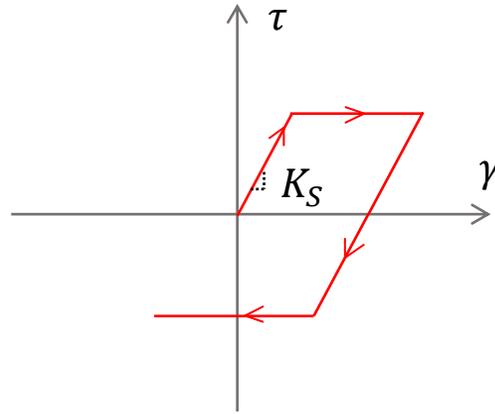
Modélisation des joints

Joint sec et cohésif

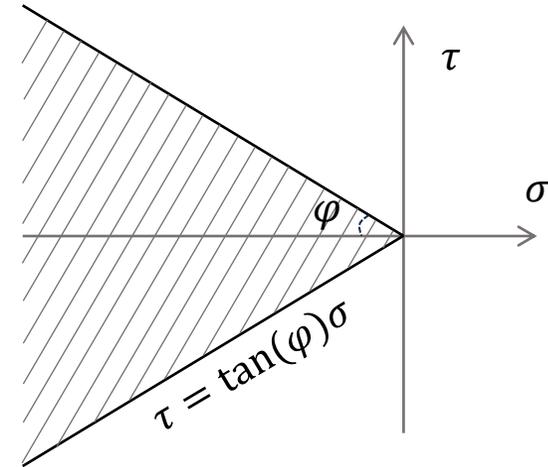
Modèle élasto-plastique avec critère de Coulomb



Comportement normal



Comportement tangentiel



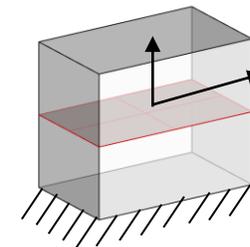
Cône de Coulomb

Paramètres avec les valeurs utilisées dans les calculs suivants

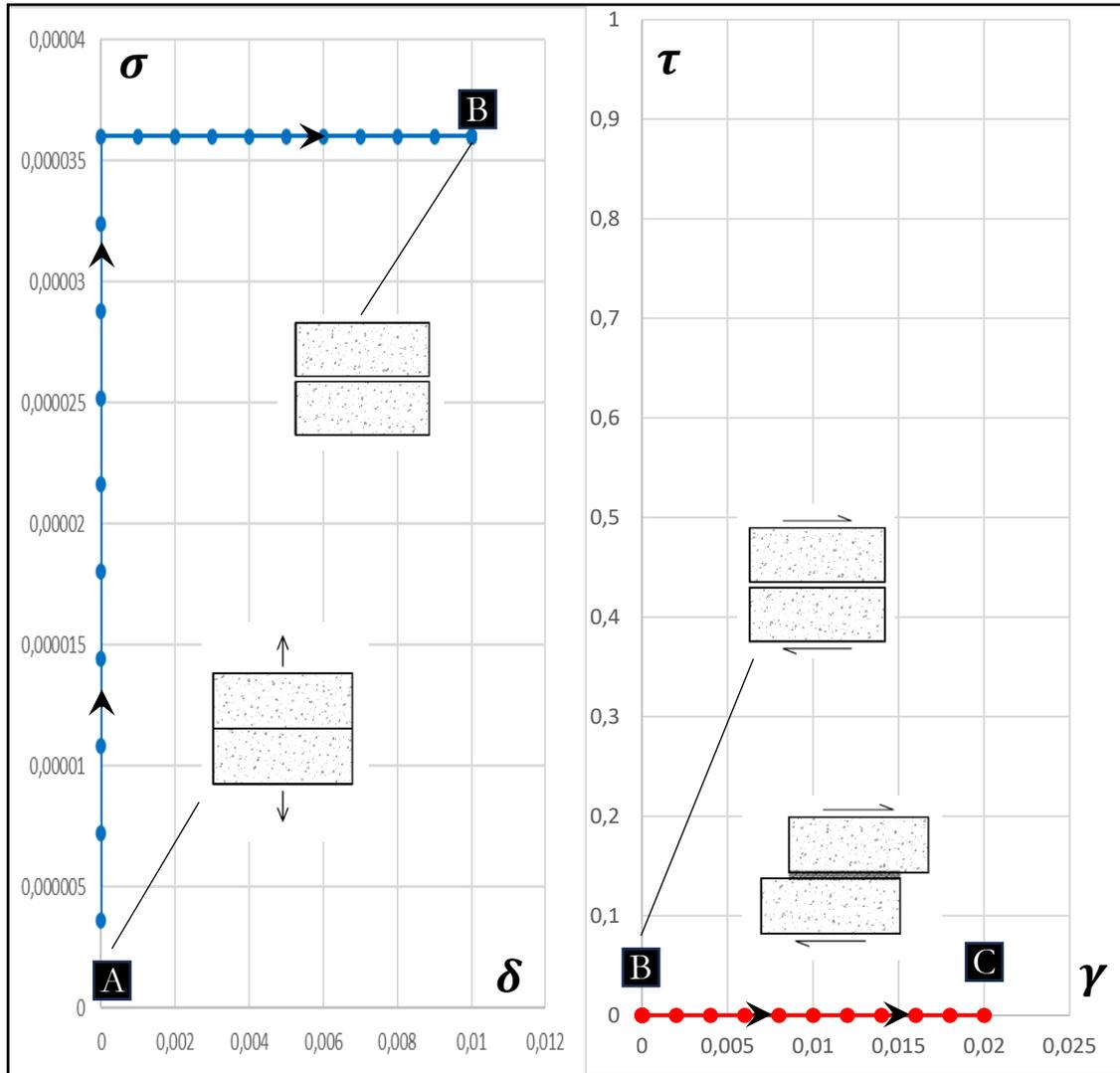
$$\begin{aligned}
 K_S &= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 K_N &= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 K'_N &= 37 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 \varepsilon_{CN} &= 0,1 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi &= 38,7^\circ \\
 C &= 0 \\
 R_{trac} &= 0
 \end{aligned}$$

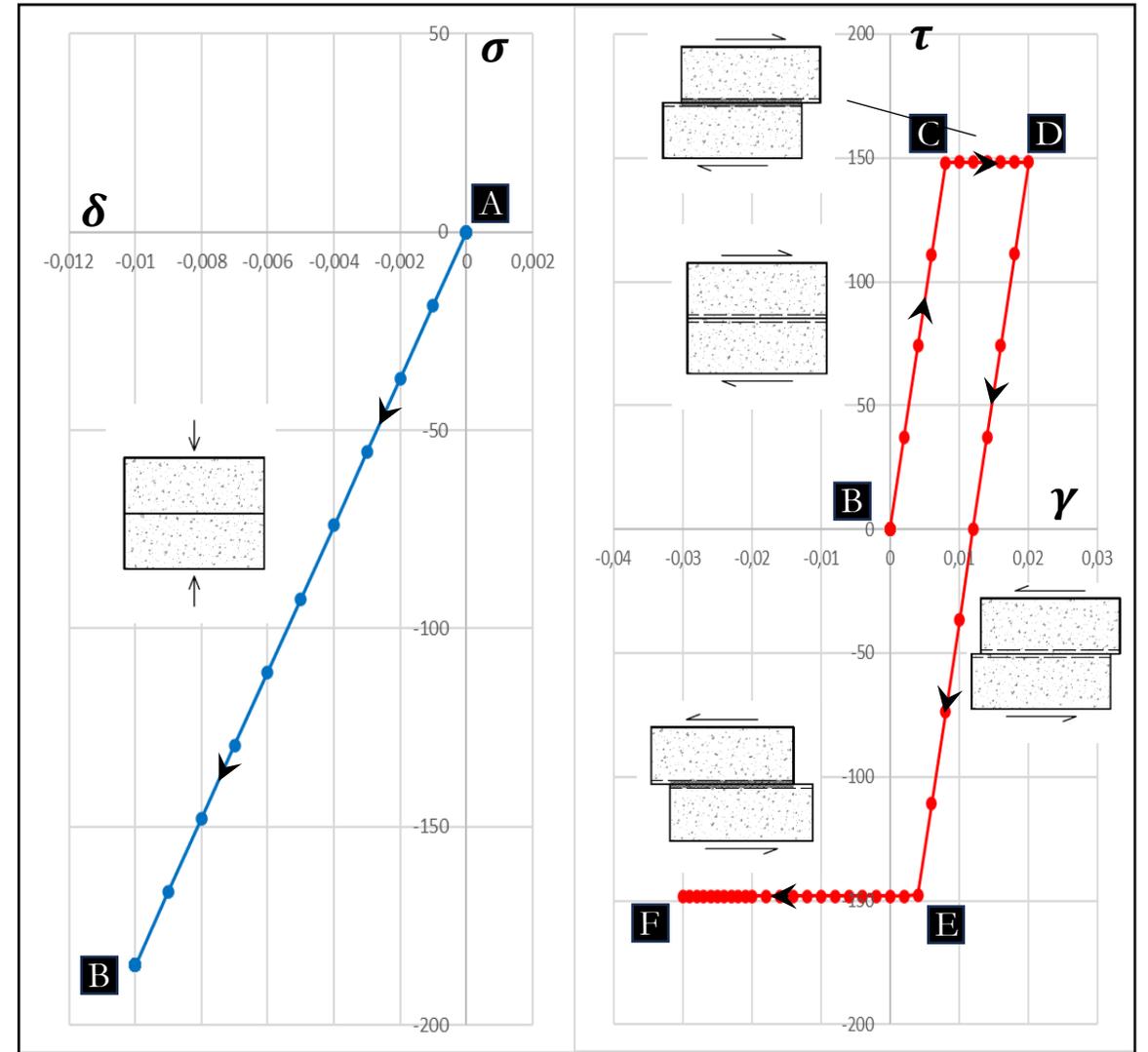
Test doublet



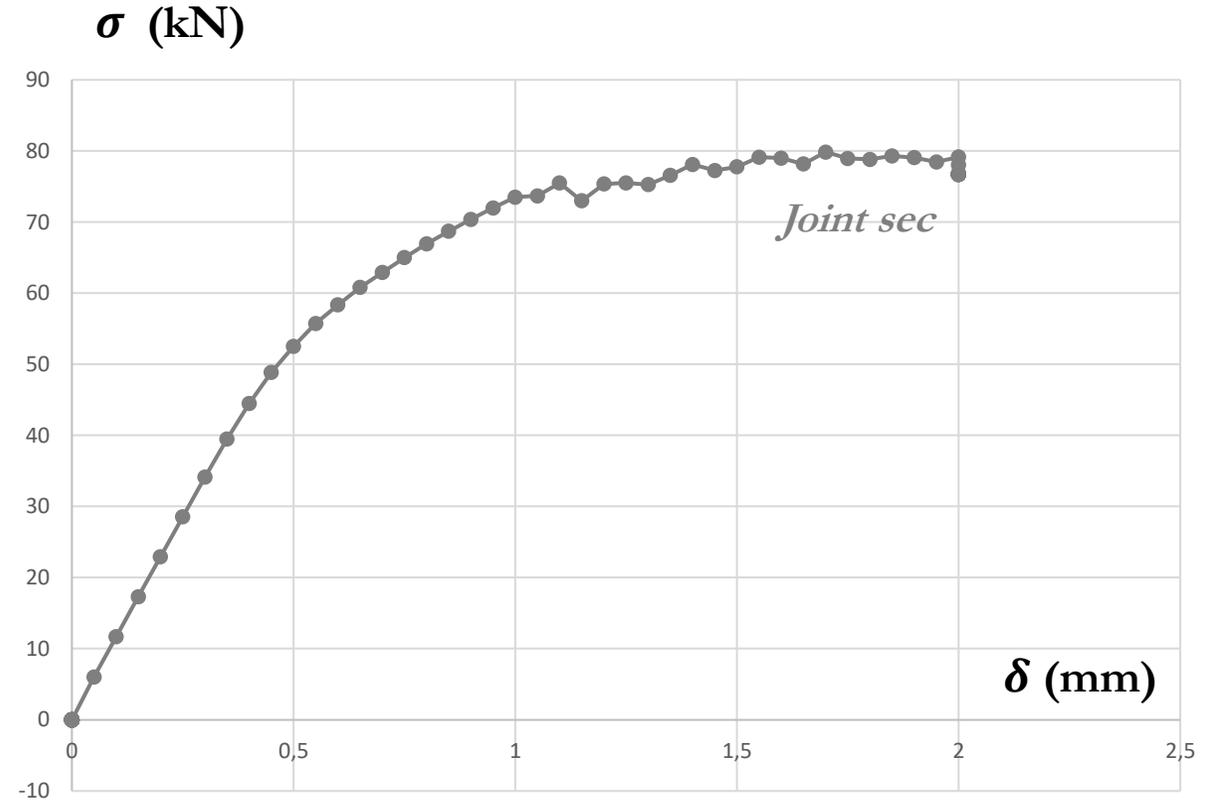
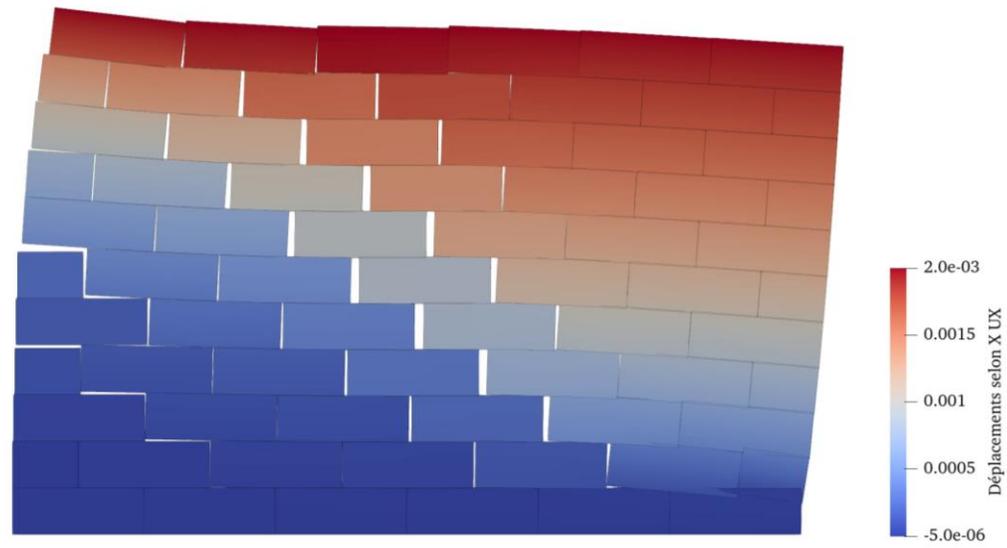
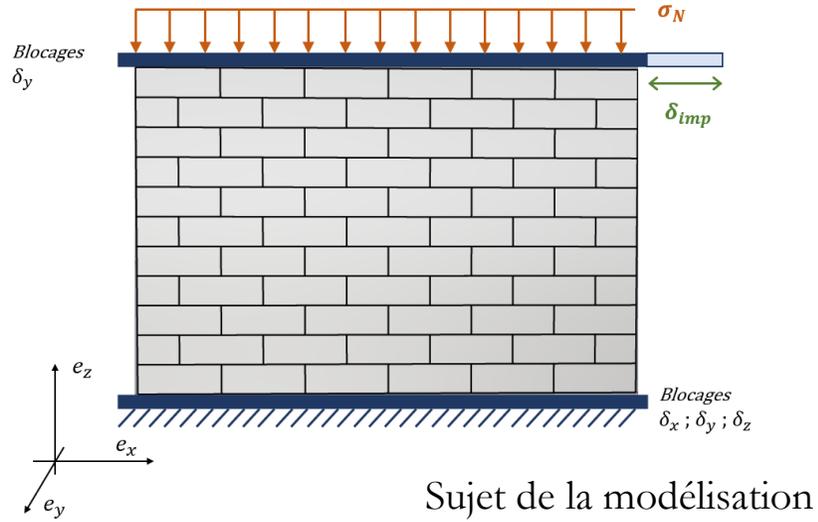
Déplacement imposé



Traction – Cisaillement (kN et mm)

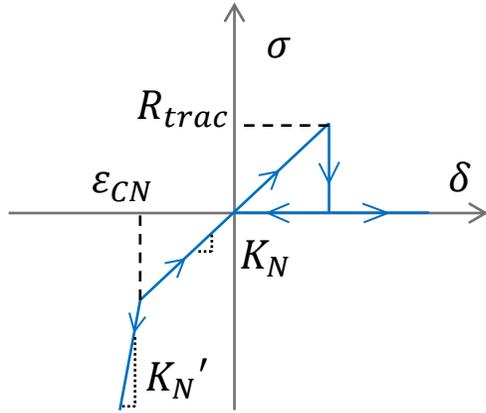


Compression – Cisaillement (kN et mm)

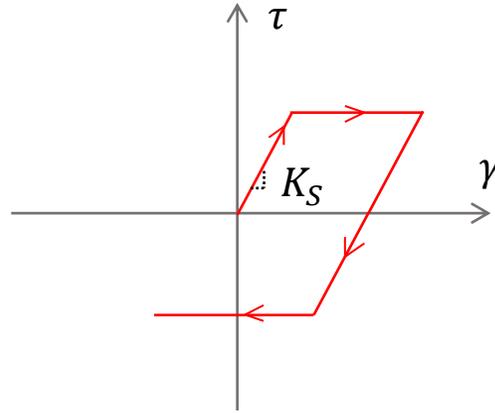


Poussée en tête de mur en fonction du déplacement imposé

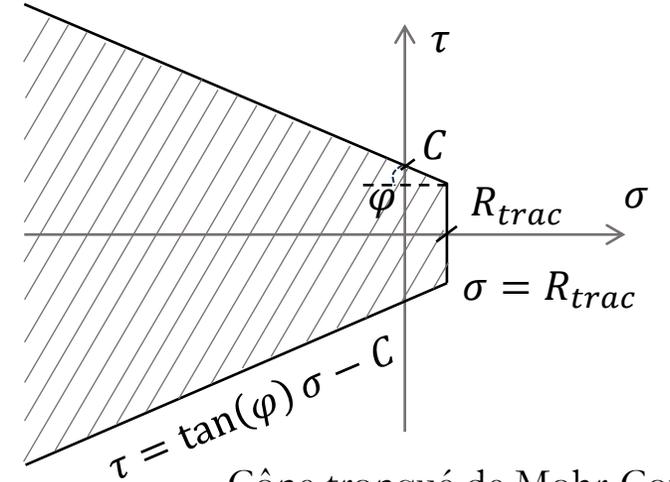
Modèle élasto-plastique avec critère de Mohr-Coulomb avec rupture fragile en traction



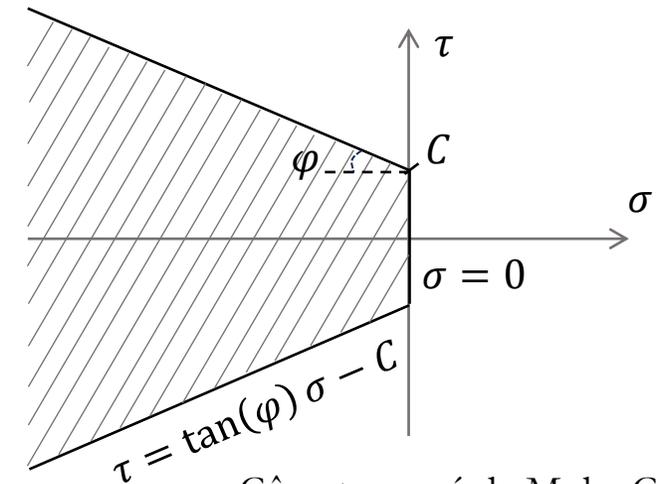
Comportement normal



Comportement tangentiel



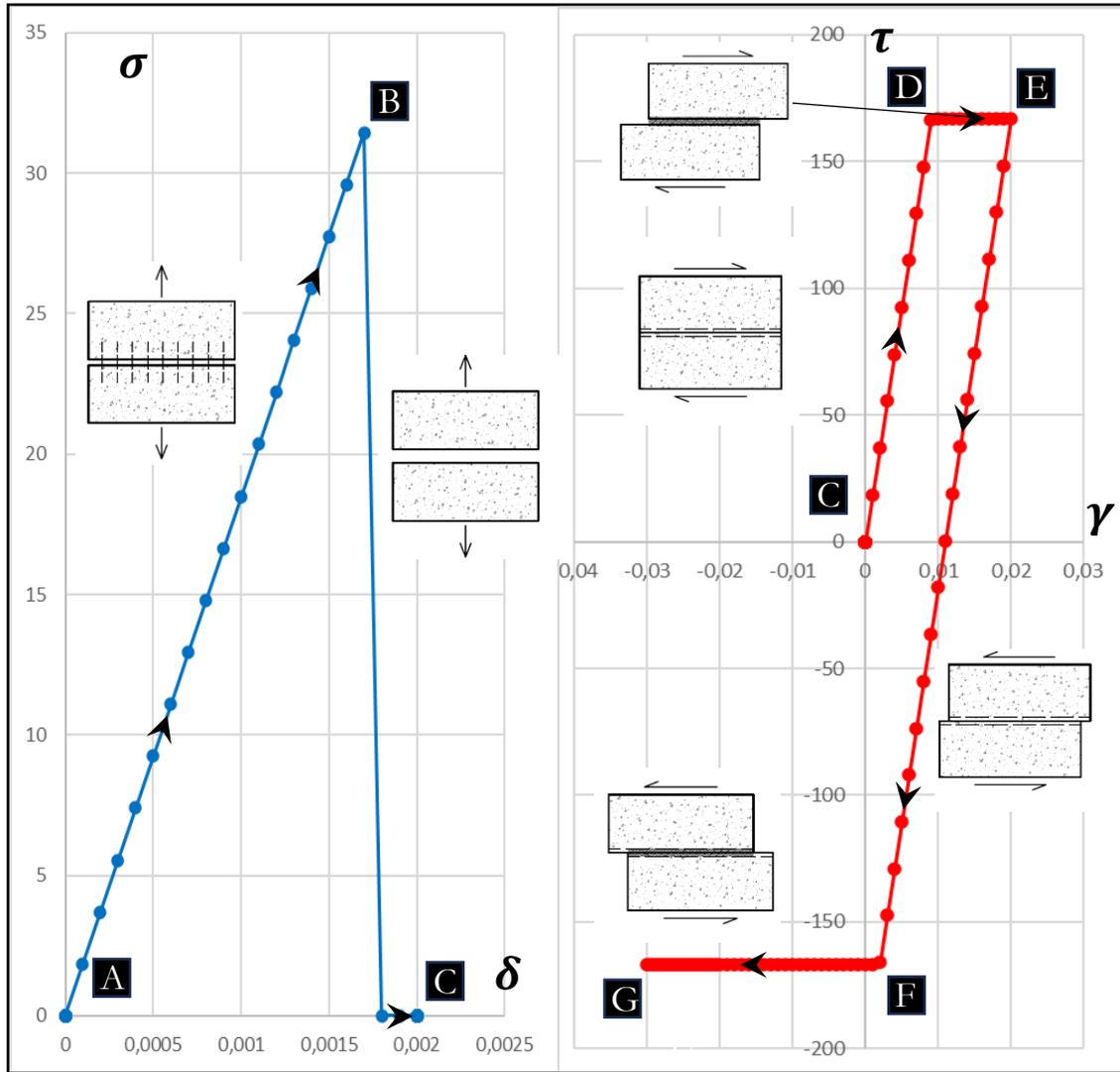
Cône tronqué de Mohr-Coulomb avant rupture



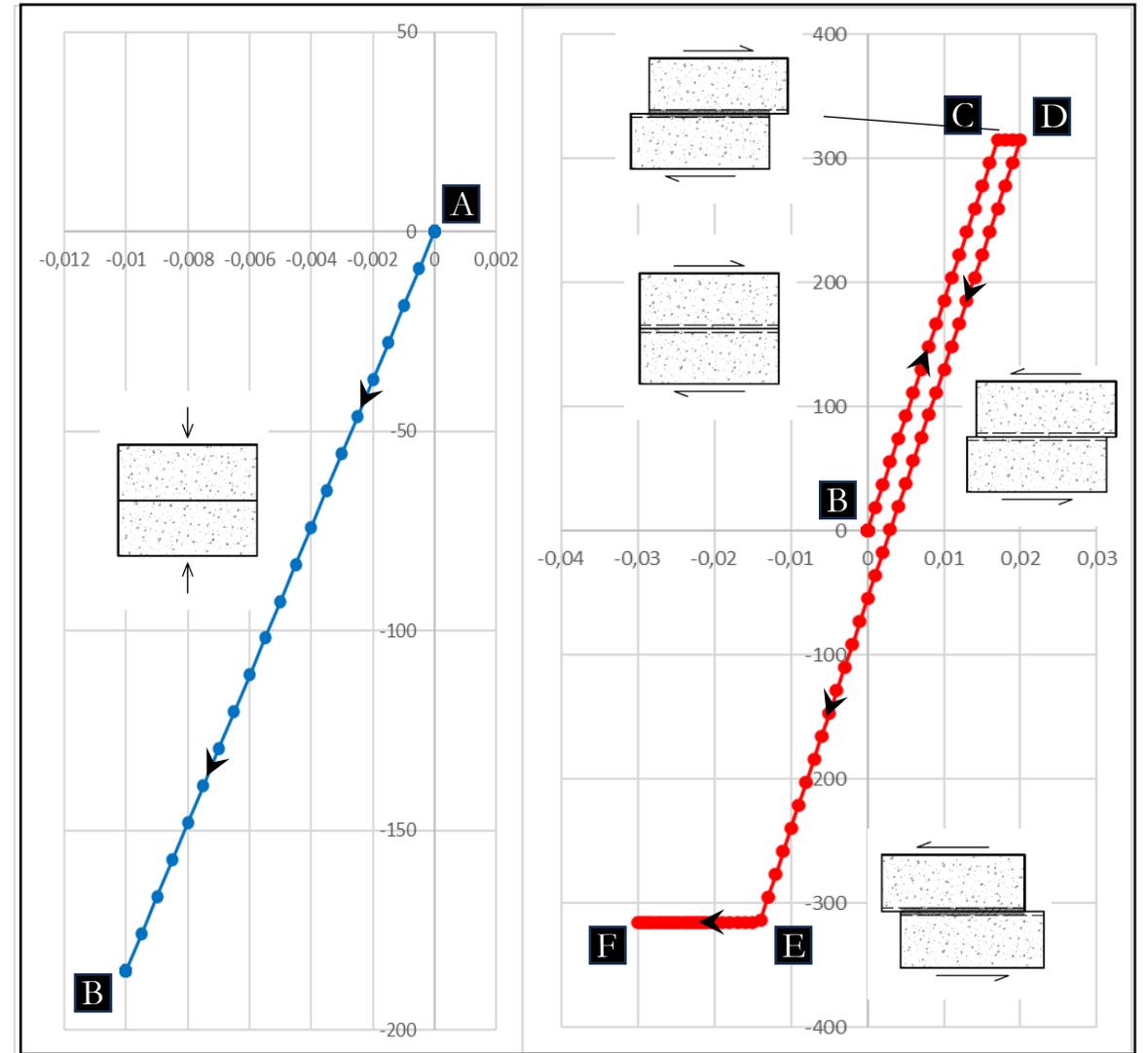
Cône tronqué de Mohr-Coulomb après rupture

Paramètres avec les valeurs utilisées dans les calculs suivants

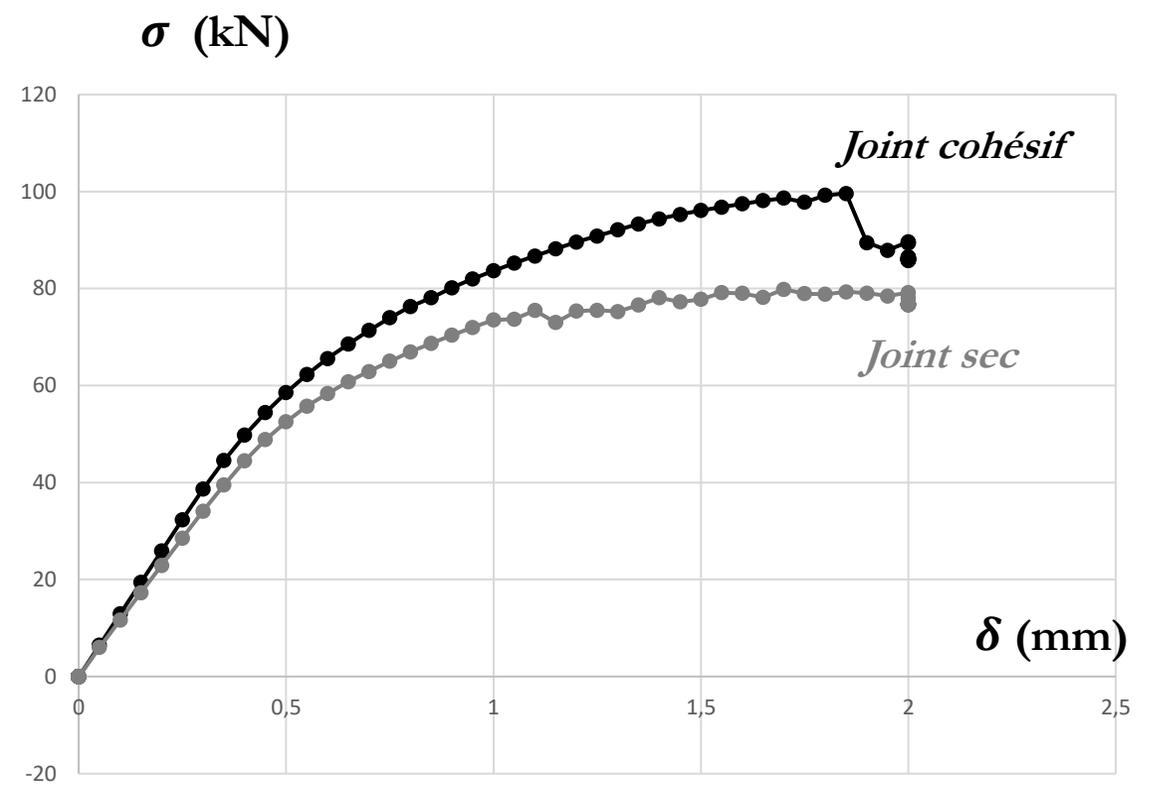
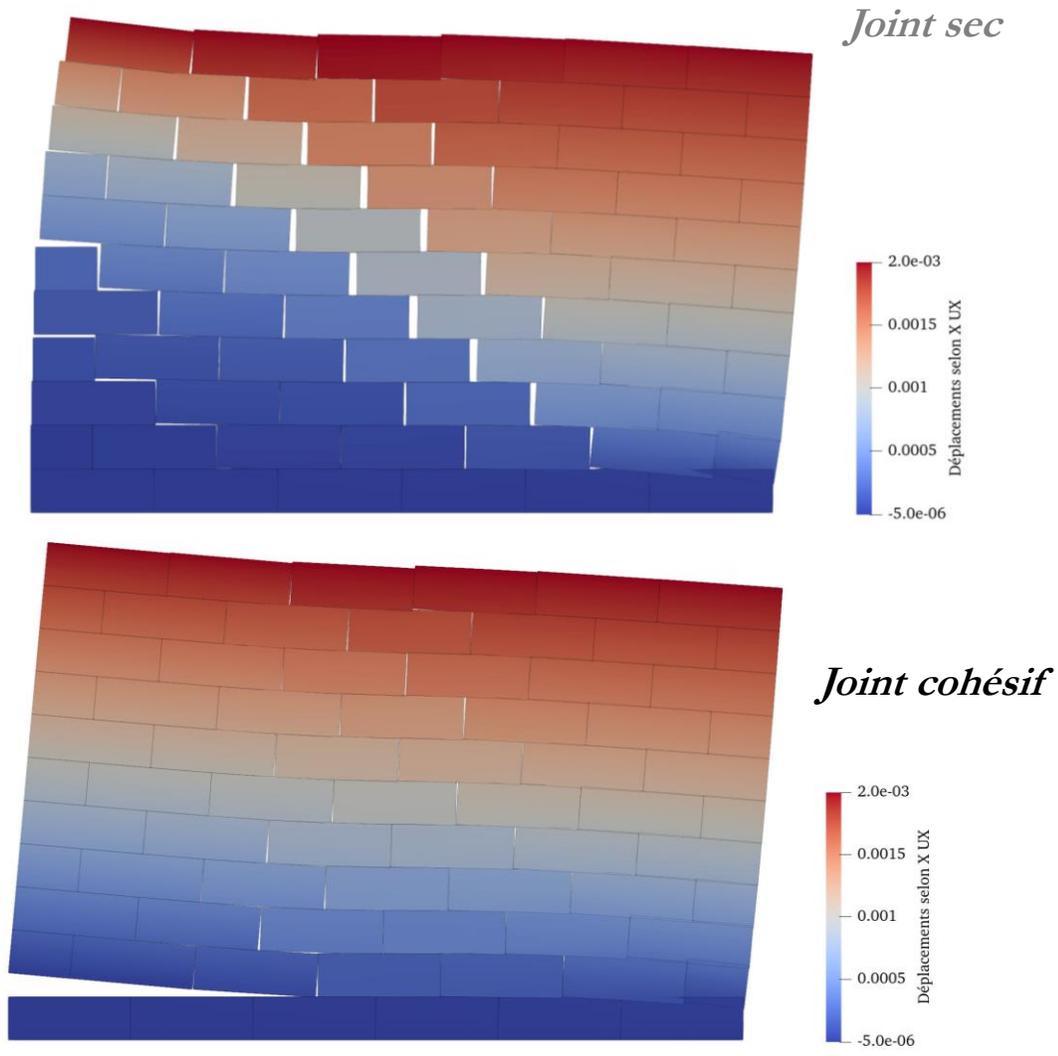
K_S	$= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$	φ	$= 38,7^\circ$
K_N	$= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$	C	$= 0,167 \text{ MPa}$
K'_N	$= 37 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$	R_{trac}	$= 0,033 \text{ MPa}$
ϵ_{CN}	$= 0,1 \text{ mm}$		



Traction – Cisaillement (kN et mm)



Compression – Cisaillement (kN et mm)



Poussée en tête de mur en fonction du déplacement imposé

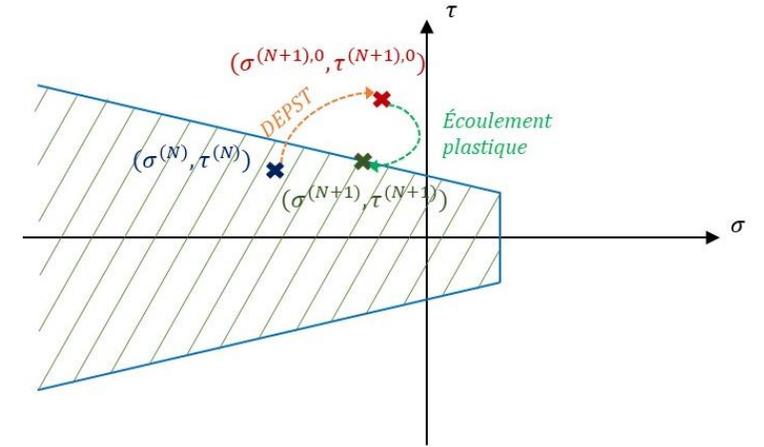
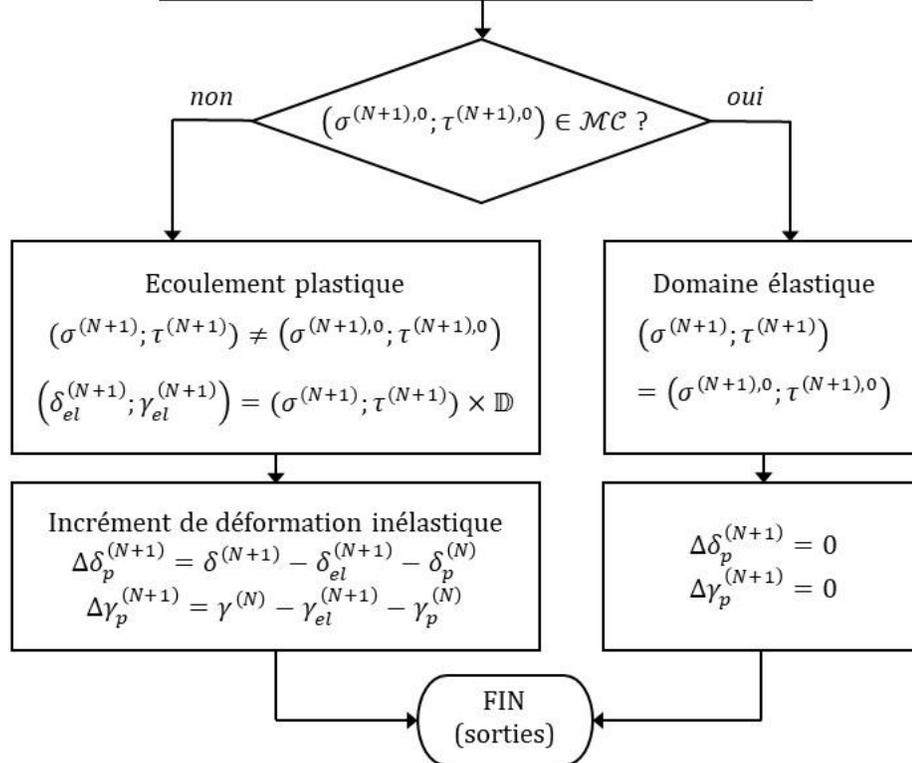
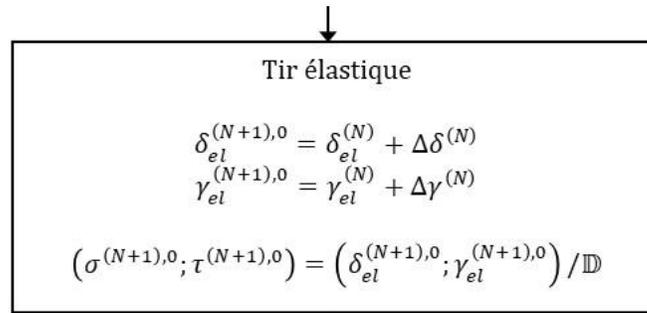
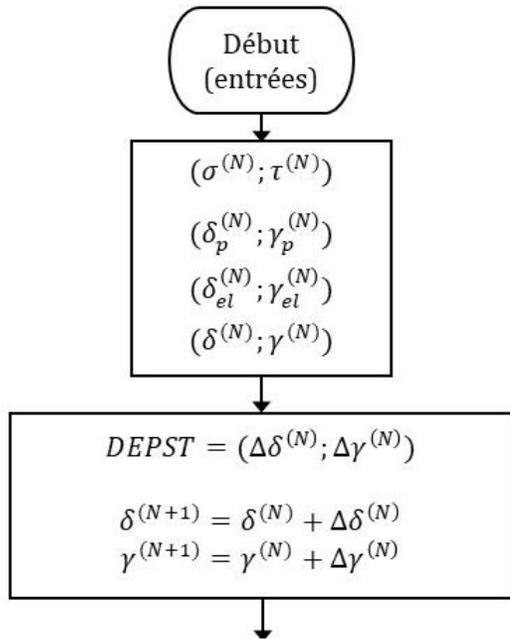
Déplacements finaux dans le mur (déformée x50)

Routine coul3.eso

Organigramme de coul3.eso

Entrées:

- $(\sigma^{(N)}; \tau^{(N)})$ contraintes au pas précédent
- $(\delta_p^{(N)}; \gamma_p^{(N)})$ déplacement plastique, pas N
- variables internes au pas N
- $(\Delta\delta^{(N)}; \Delta\gamma^{(N)})$ incrément de déplacement imposé
- caractéristiques matériau



Principe du tir élastique

Sorties:

- $(\sigma^{(N+1)}; \tau^{(N+1)})$ contraintes finales
- $(\Delta\delta_p^{(N)}; \Delta\gamma_p^{(N)})$ incrément de déplacement inélastique
- variables internes finales

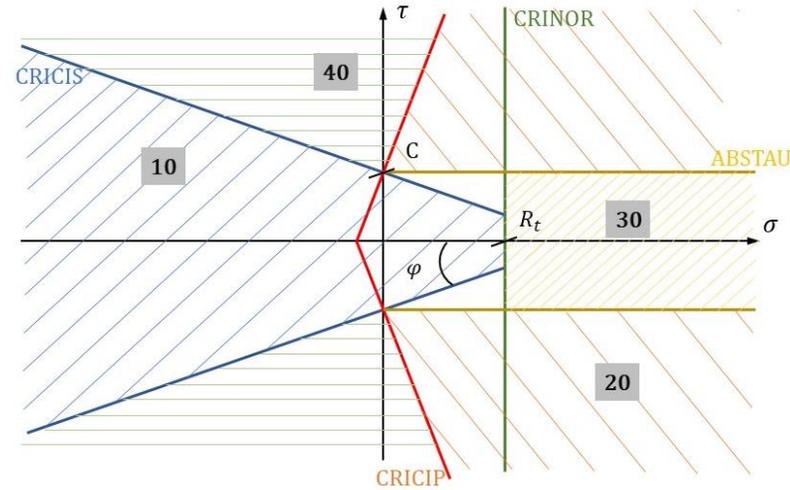
- Définition des critères d'écoulement plastique

$$CRICIS = |\tau| + \sigma \tan(\varphi) - C$$

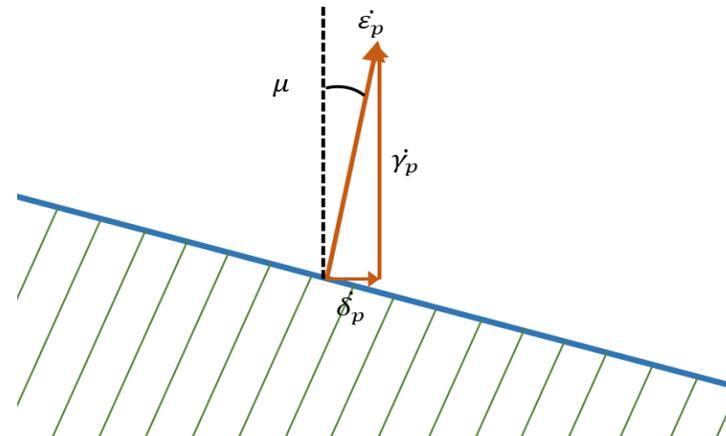
$$CRINOR = \sigma - R_t$$

$$CRICIP = -|\tau| + \sigma \cotan(\varphi) + C$$

$$ABSTAU = |\tau| - C$$



- Possibilité d'ajouter un angle de dilatance

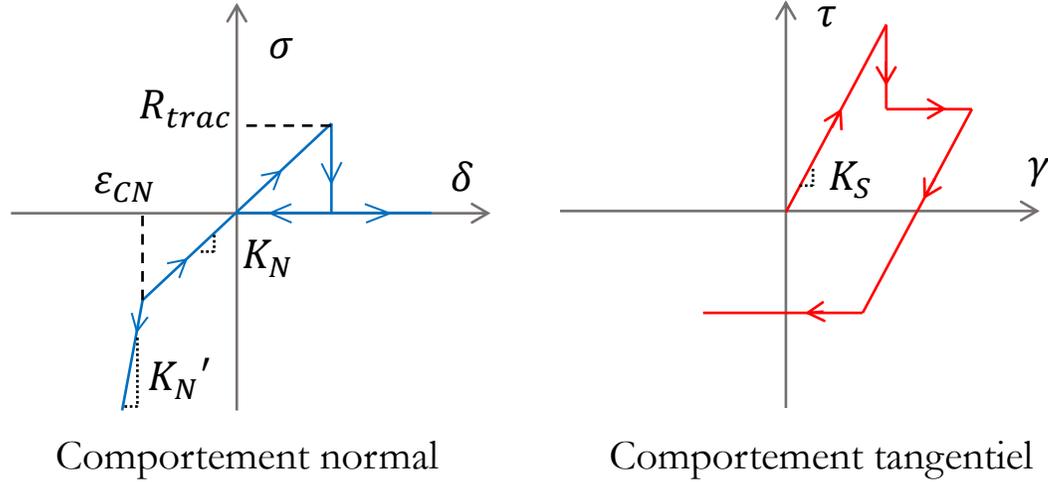


- Rupture en cisaillement

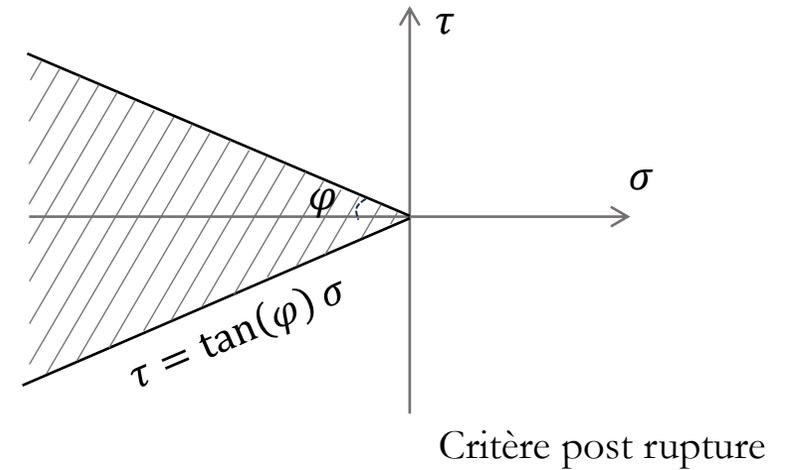
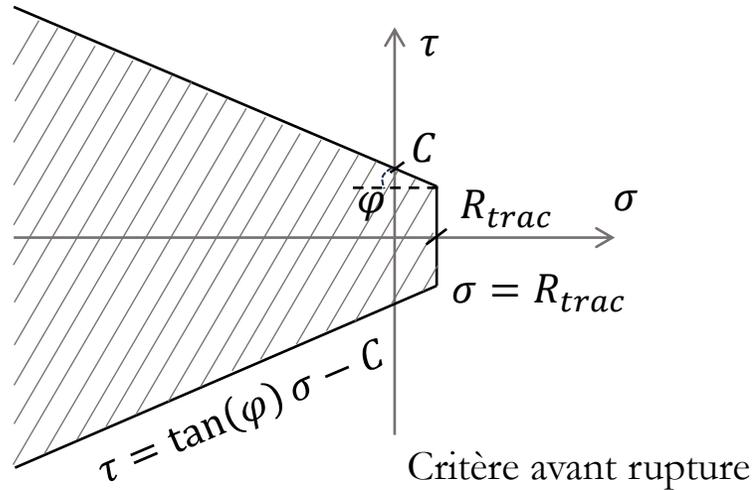
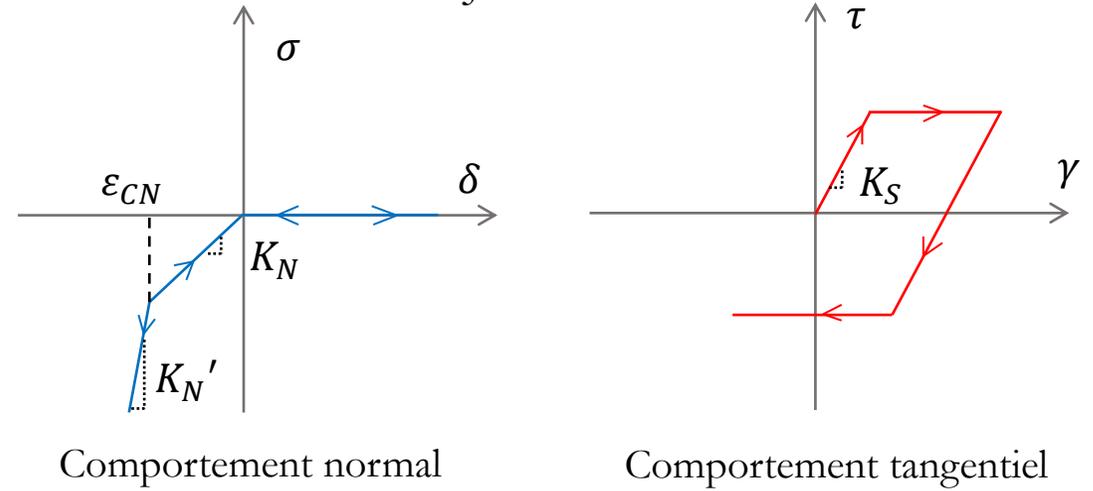
Mohr-Coulomb modifié

Modèle élasto-plastique avec critère de Mohr-Coulomb et rupture fragile en traction et en cisaillement

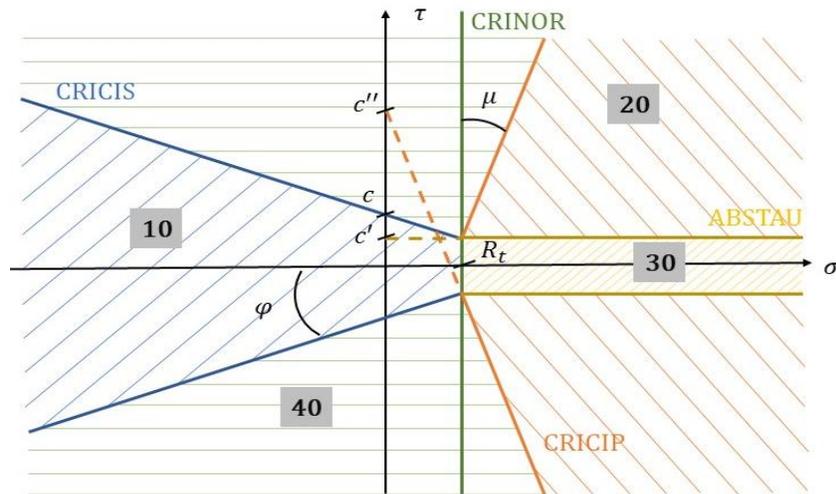
Joint sain



Joint cassé



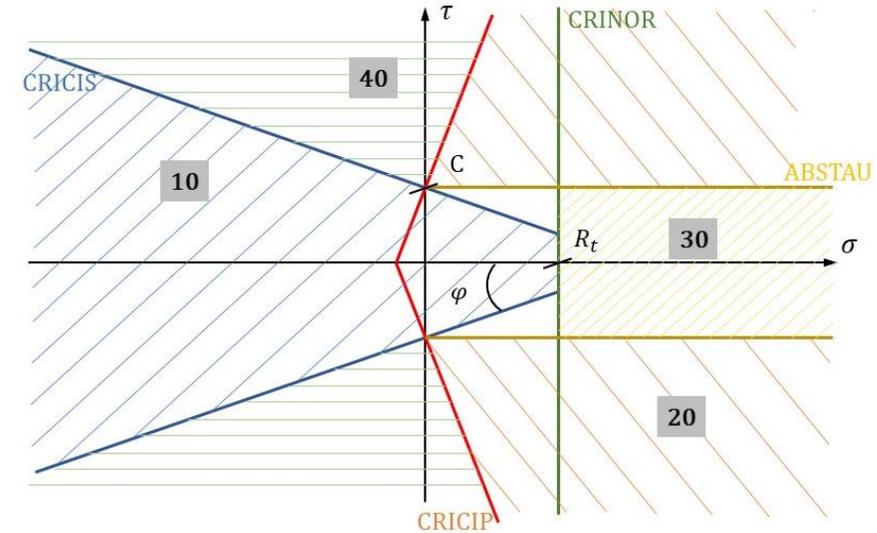
Nouveaux critères



$$\begin{aligned}
 CRICIS &= |\tau| + \sigma \tan(\varphi) - c \\
 CRINOR &= \sigma - R_t \\
 CRICIP &= -|\tau| + \sigma \cotan(\mu) - c'' \\
 ABSTAU &= |\tau| - c' \\
 c' &= c - R_t \tan(\varphi) \\
 c'' &= R_t [\tan(\varphi) + \cotan(\mu)] - c
 \end{aligned}$$

Paramètres avec les valeurs utilisées dans les calculs suivants

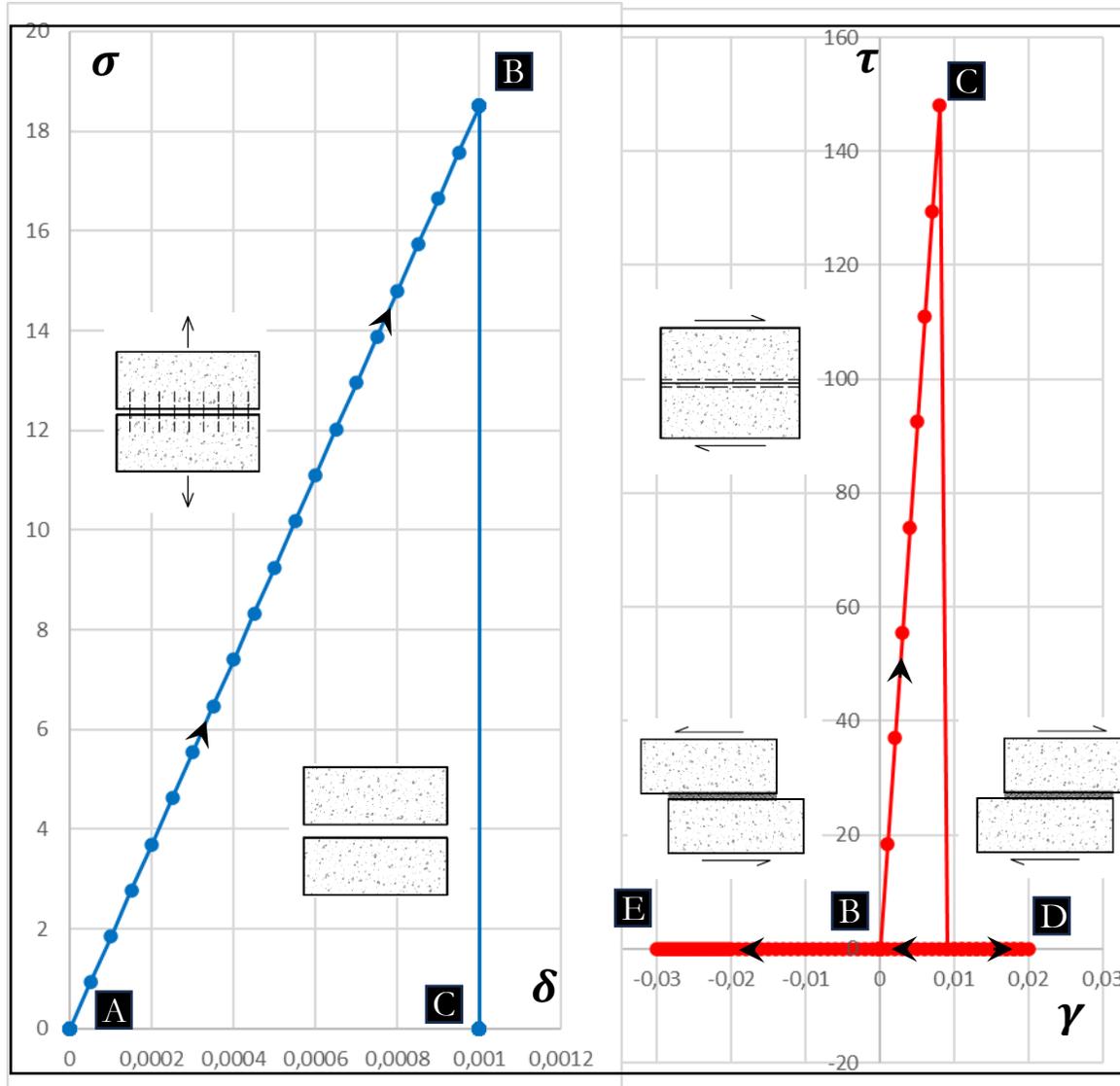
Critères écrits dans coul3.eso



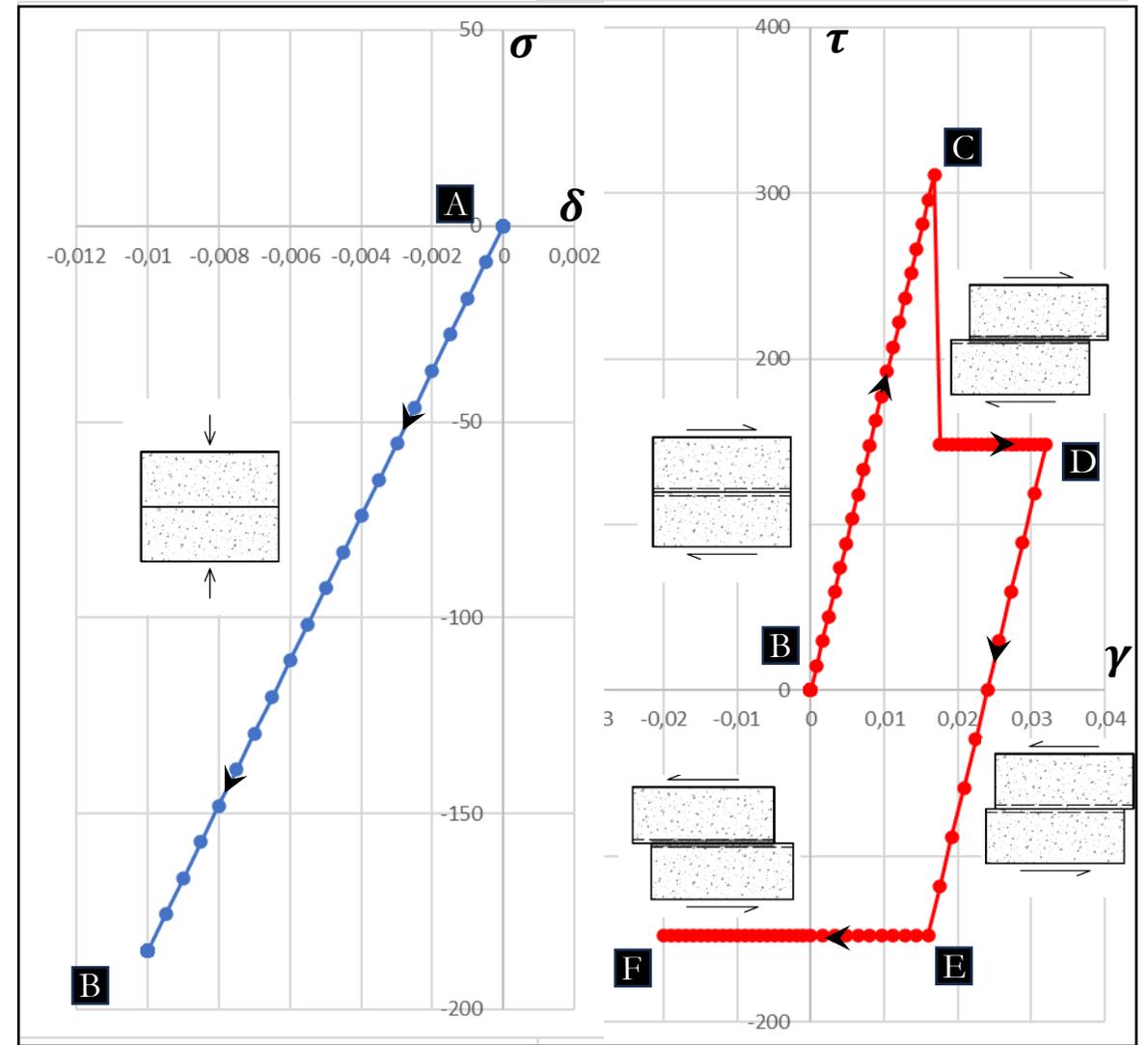
$$\begin{aligned}
 CRICIS &= |\tau| + \sigma \tan(\varphi) - C \\
 CRINOR &= \sigma - R_t \\
 CRICIP &= -|\tau| + \sigma \cotan(\varphi) + C \\
 ABSTAU &= |\tau| - C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_S &= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 K_N &= 18,5 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 K'_N &= 37 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\
 \varepsilon_{CN} &= 0,1 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

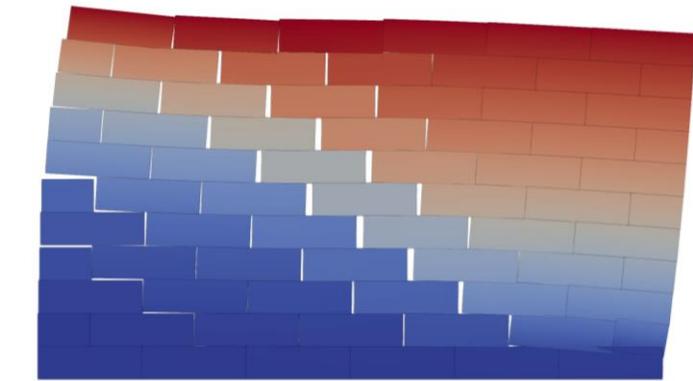
$$\begin{aligned}
 \varphi &= 38,7^\circ \\
 C &= 0,167 \text{ MPa} \\
 R_{trac} &= 0,033 \text{ MPa} \\
 \mu &= 0
 \end{aligned}$$



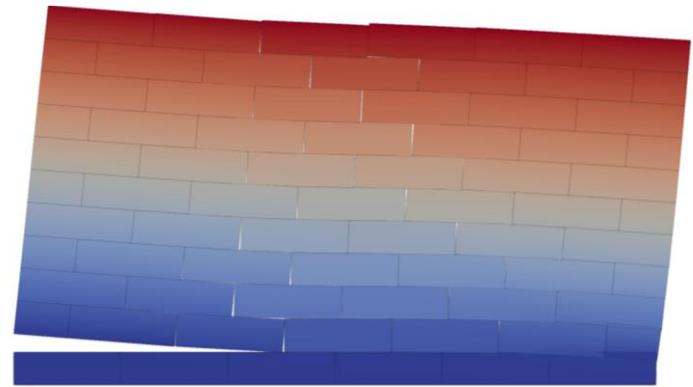
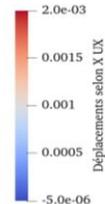
Traction – Cisaillement (kN et mm)



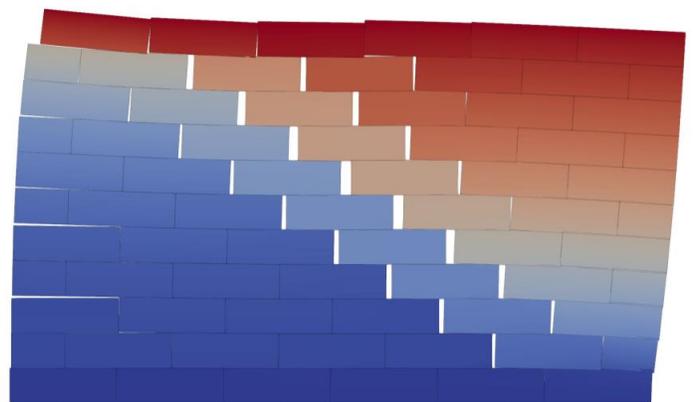
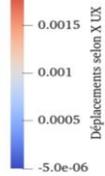
Compression – Cisaillement (kN et mm)



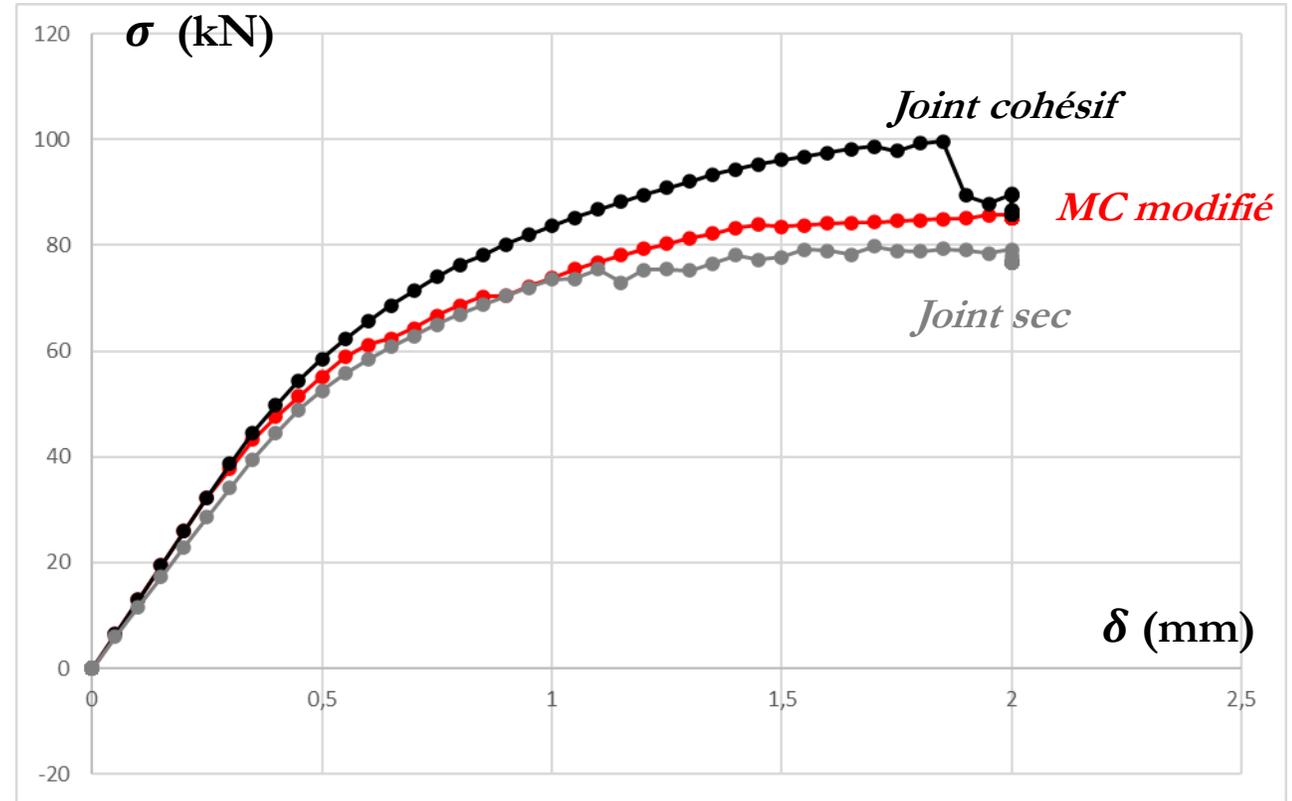
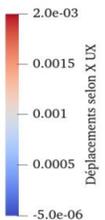
Joint sec



Joint cohésif

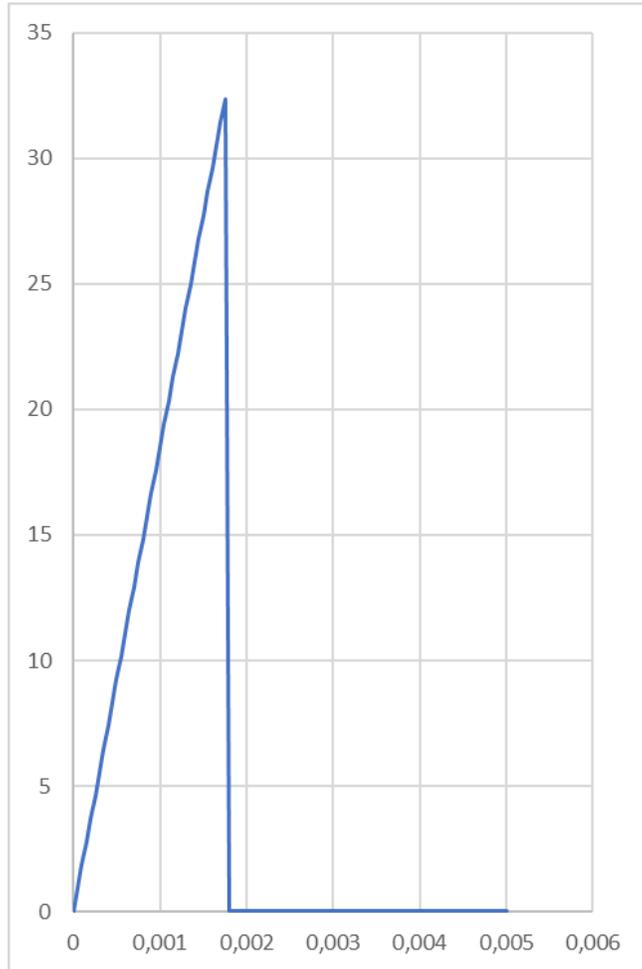


MC modifié

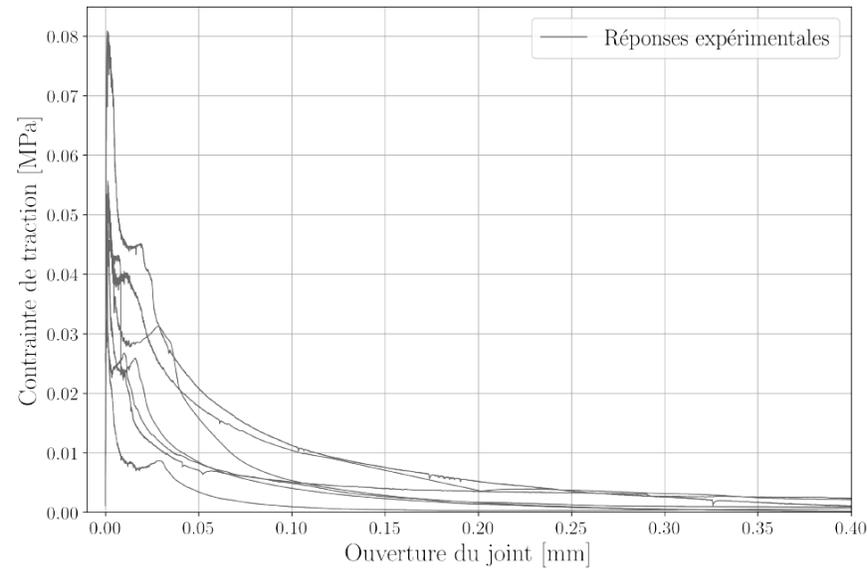
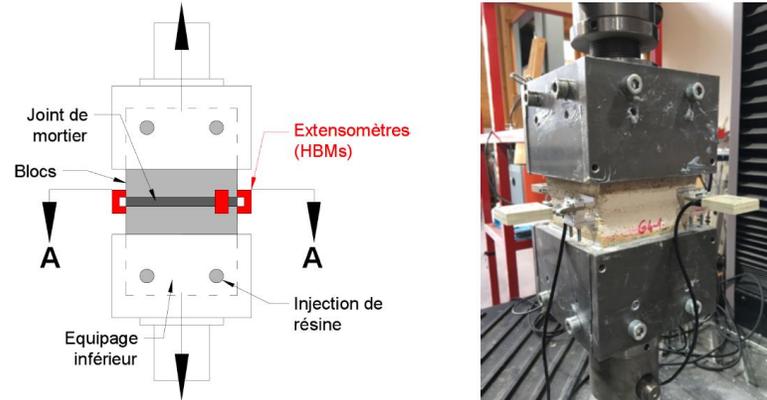


Poussée en tête de mur en fonction du déplacement imposé

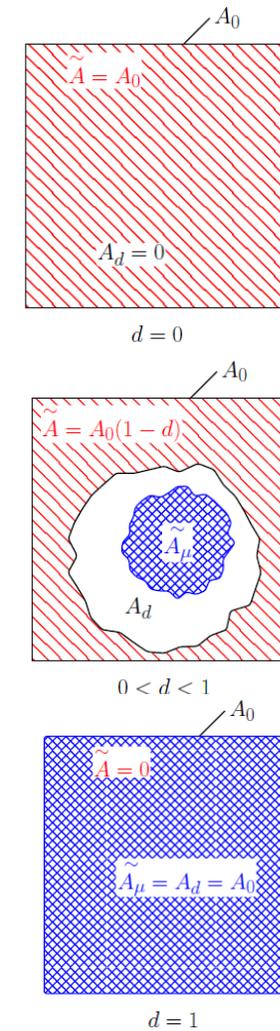
Déplacements finaux dans le mur (déformée x50)



Traction simple sur un doublet avec *Mohr-Coulomb Modifié*



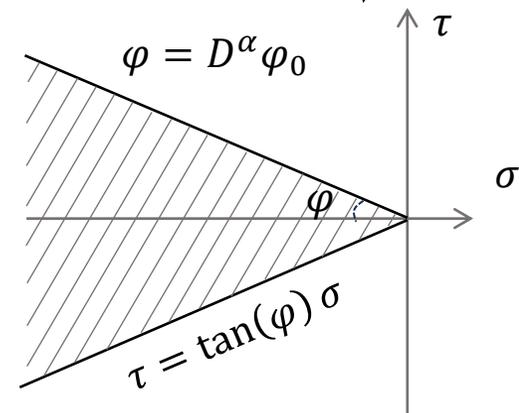
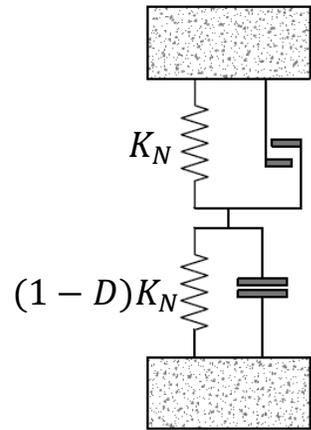
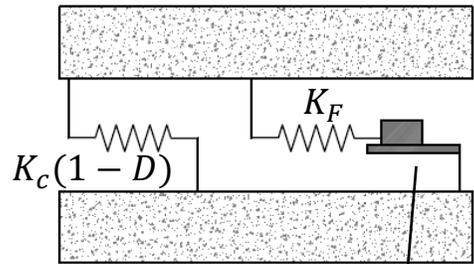
Résultats expérimentaux traction simple
Vincent Venzal, op. cit. , 2020



Principe de l'endommagement dans un joint
Vincent Venzal, op. cit. , 2020

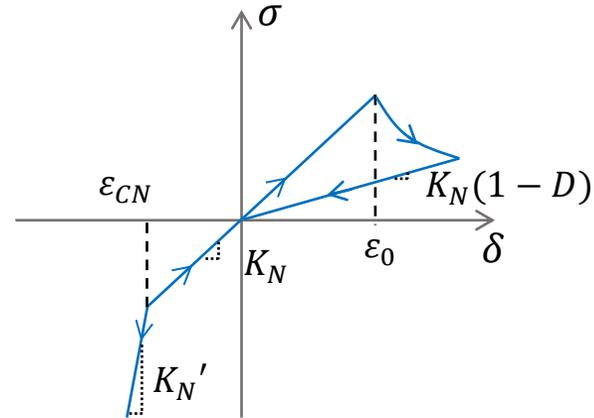
Modèles endommageables

Modèle avec endommagement de type Mazars (ENDO1)

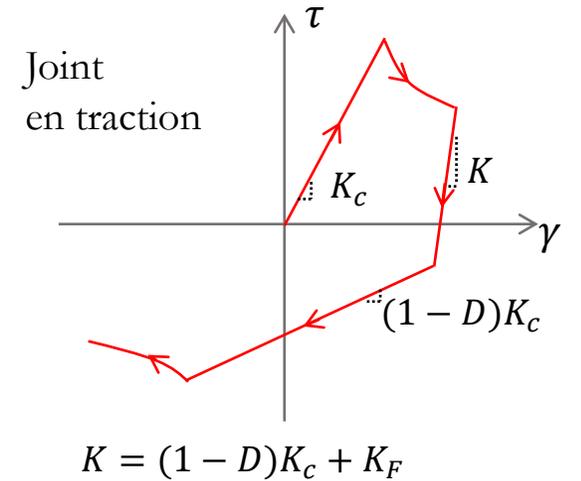


Patin frottant représenté par un critère de Coulomb

Comportement normal



Comportement tangentiel



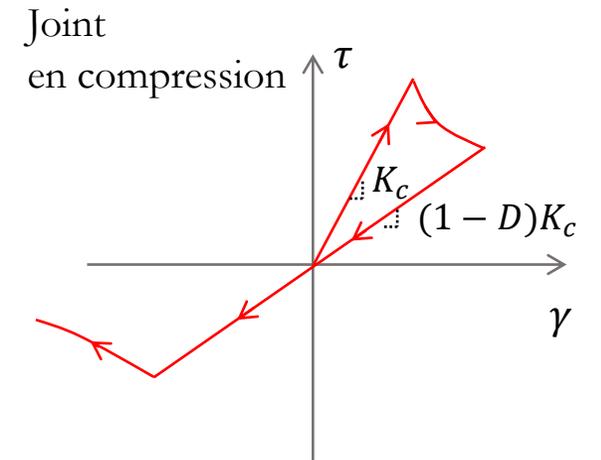
Paramètres et formules principaux

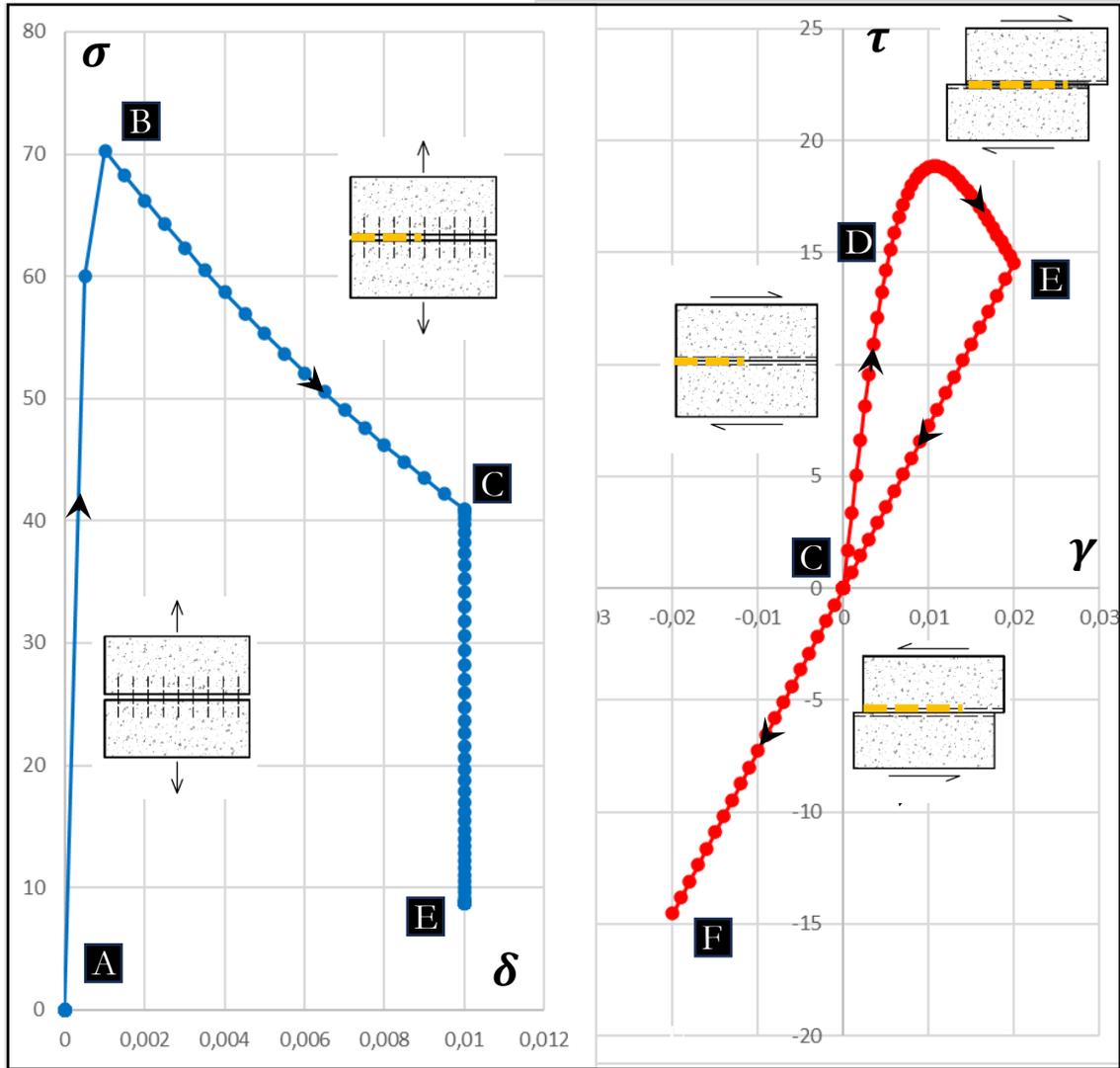
$$D = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{eq}} \exp(-B(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_0)) \quad D \in [0; 1]$$

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\delta^2 + \gamma^2}$$

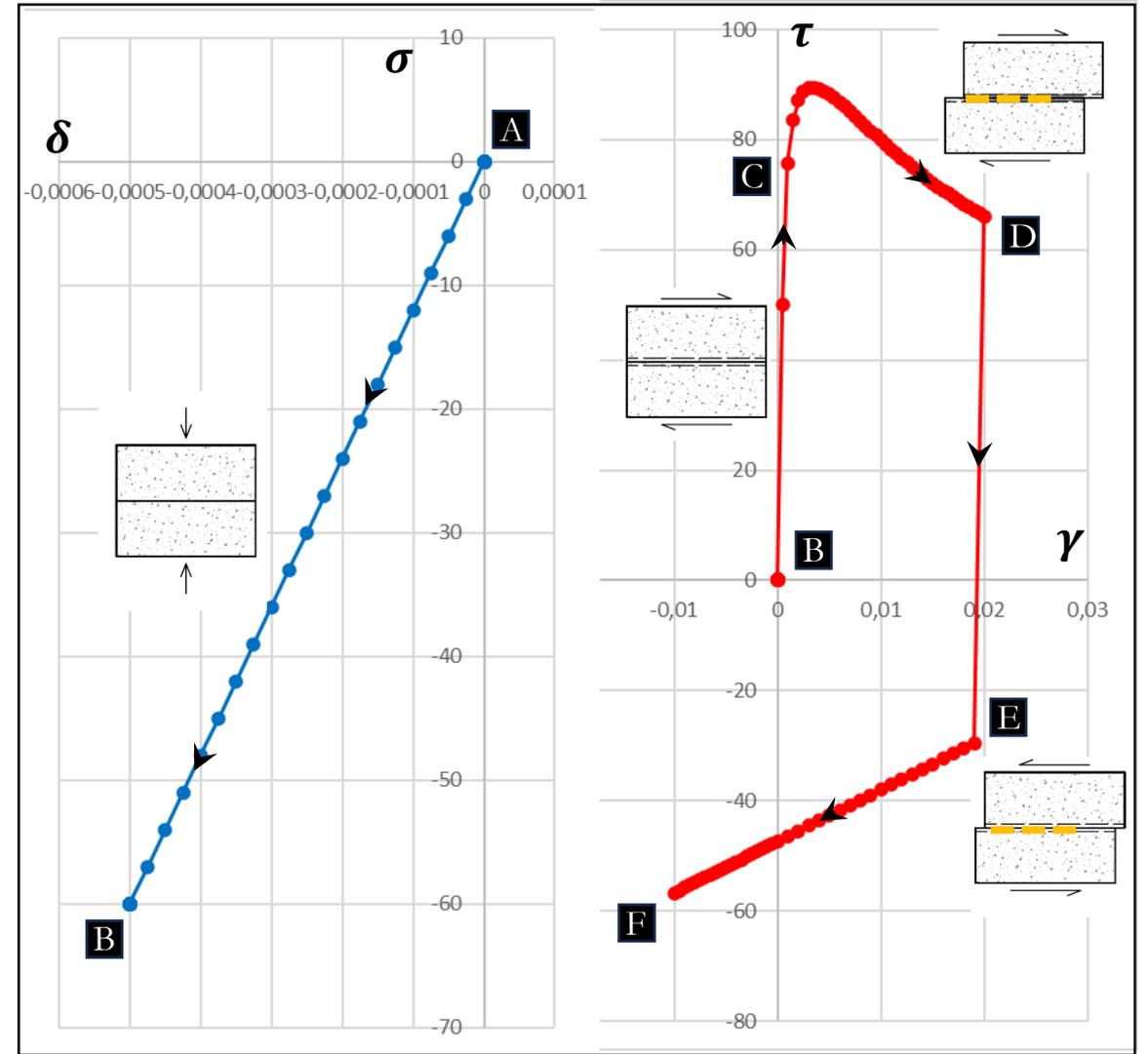
$$\begin{aligned} K_C &= 100 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\ K_F &= 300 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \\ K_N &= 120 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ \varphi_0 &= 38,7^\circ \end{aligned}$$

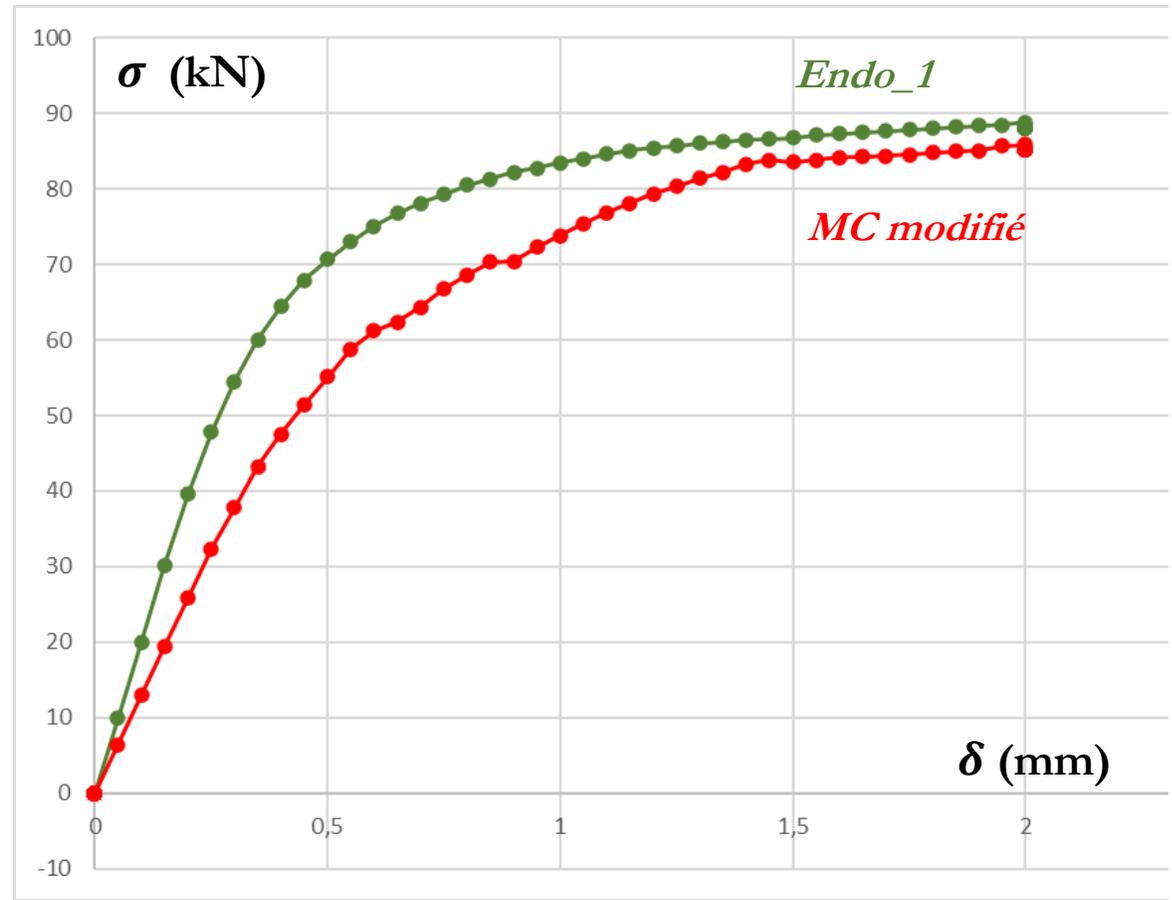
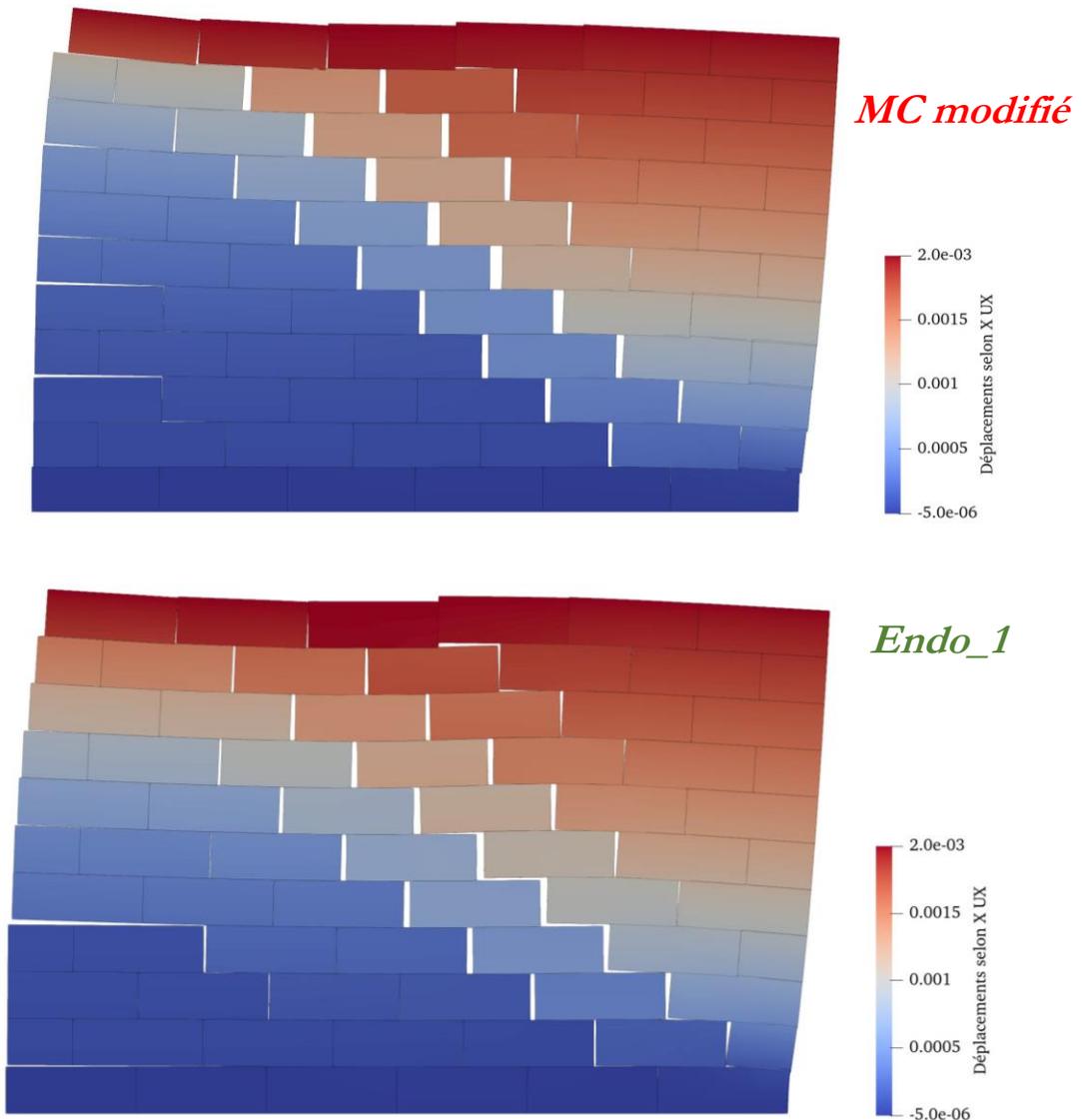




Traction – Cisaillement (kN et mm)



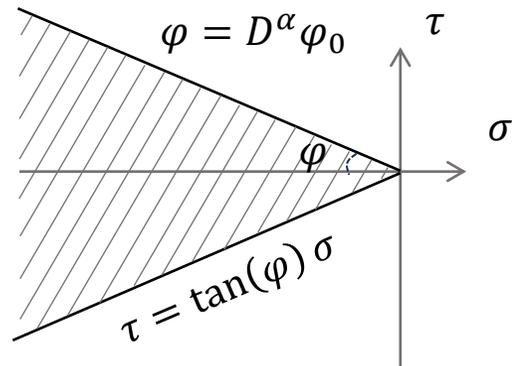
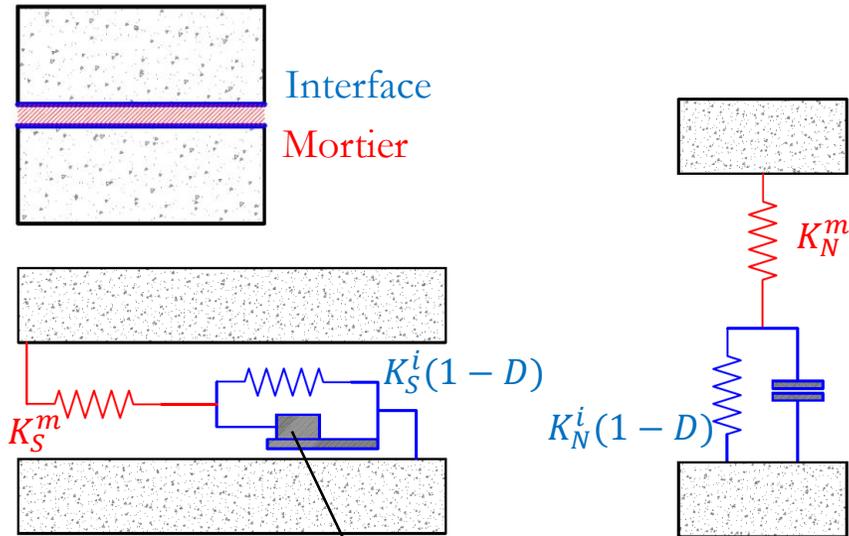
Compression – Cisaillement (kN et mm)



Poussée en tête de mur en fonction du déplacement imposé

Déplacements finaux dans le mur (déformée x50)

Modèle endommageable zone cohésive zone frictionnelle



Patin frottant représenté par un critère de Coulomb

Paramètres et formules principaux

$$D = \mathcal{F}(\varepsilon_{eq}^i, \beta)$$

$$D \in [0; 1]$$

$$\varepsilon_{eq}^i = \sqrt{\delta^i{}^2 + \gamma^i{}^2}$$

$$\beta = \delta^i / \gamma^i$$

$$K_S^m = 180 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$$

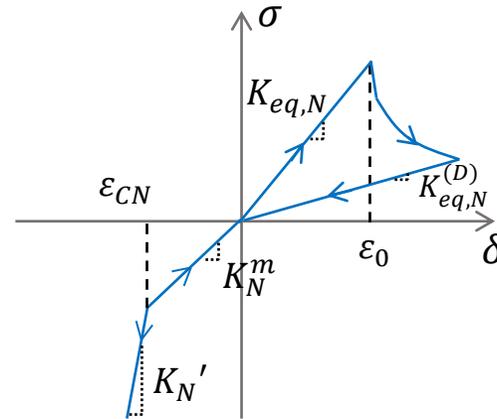
$$K_S^i = 280 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$K_N^m = 400 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$K_N^i = 120 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\varphi_0 = 38,7^\circ$$

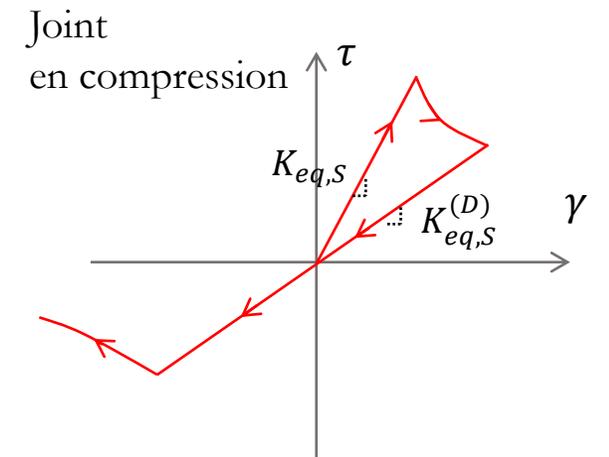
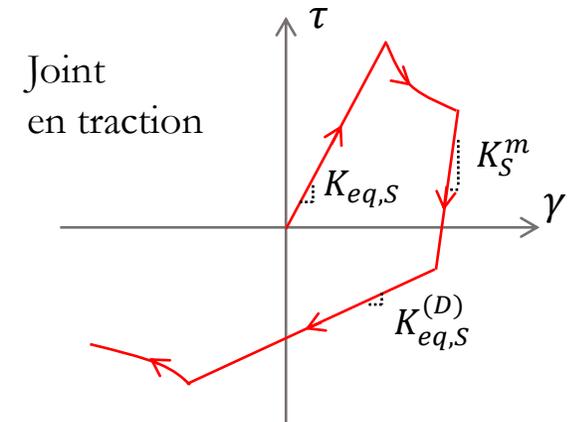
Comportement normal

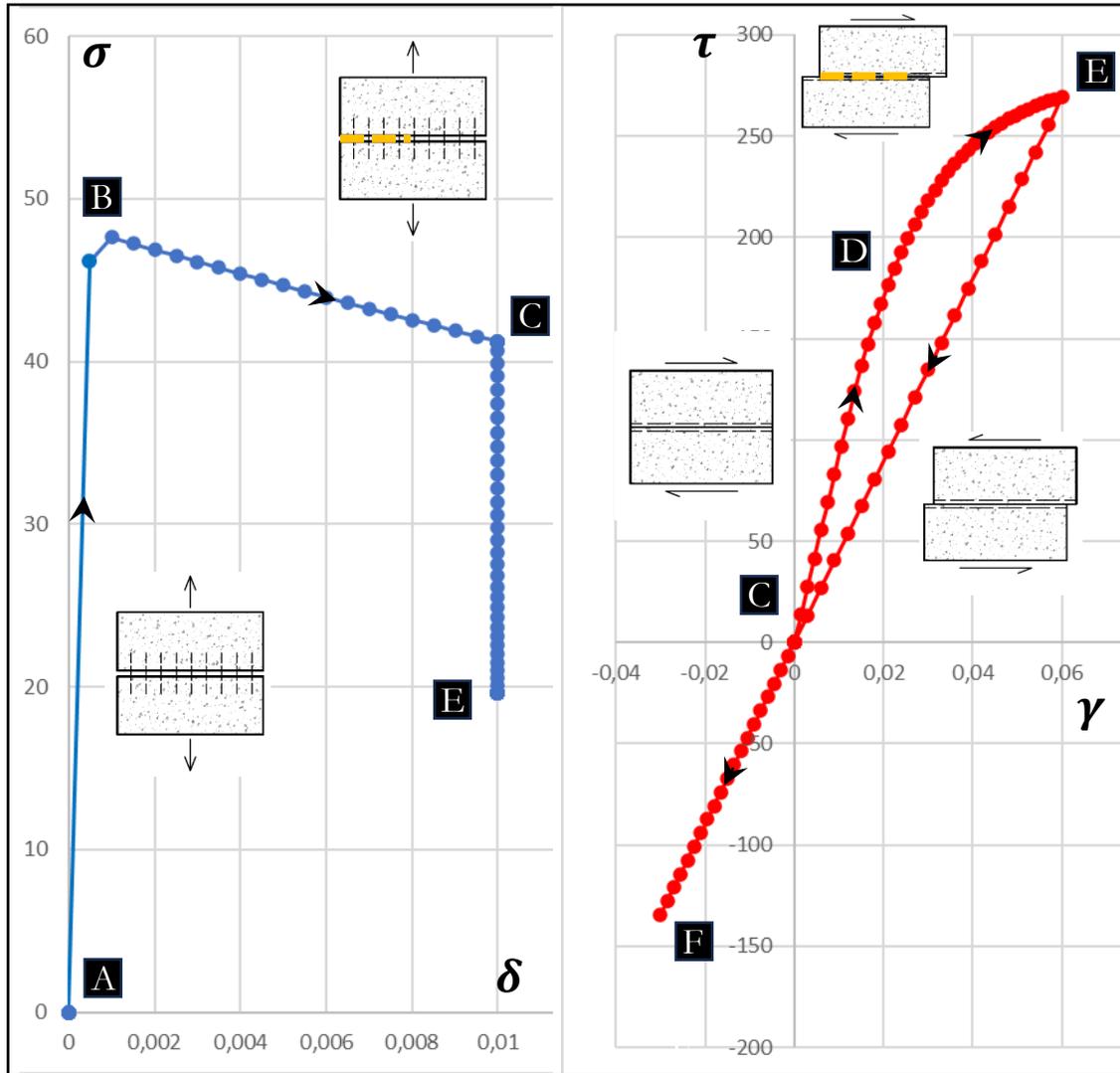


$$K_{eq}^{(D)} = (1 - D) K_{N,S}^i K_{N,S}^m / ((1 - D) K_{N,S}^i + K_{N,S}^m)$$

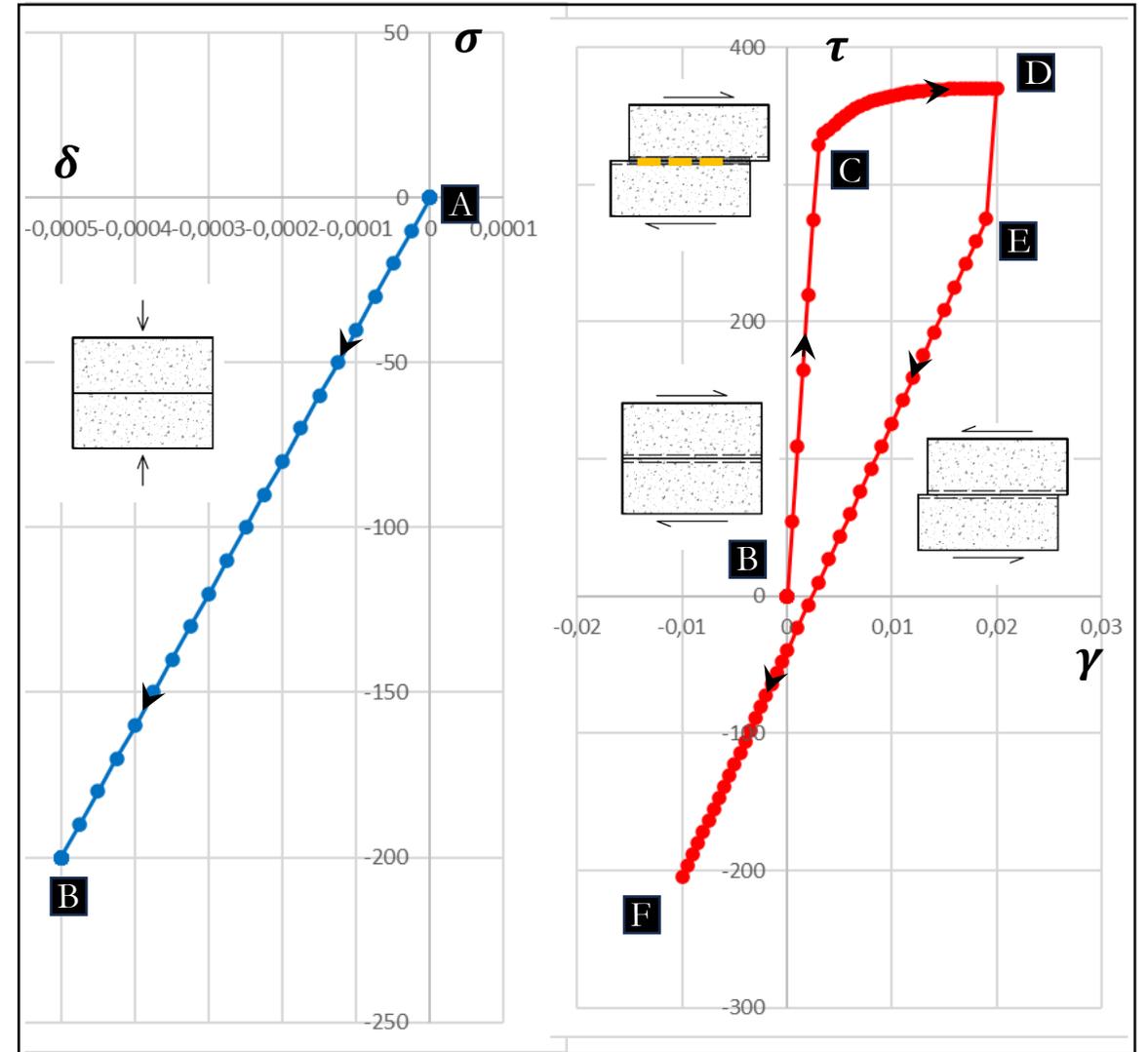
$$K_{eq} = K_{N,S}^i K_{N,S}^m / (K_{N,S}^i + K_{N,S}^m)$$

Comportement tangential

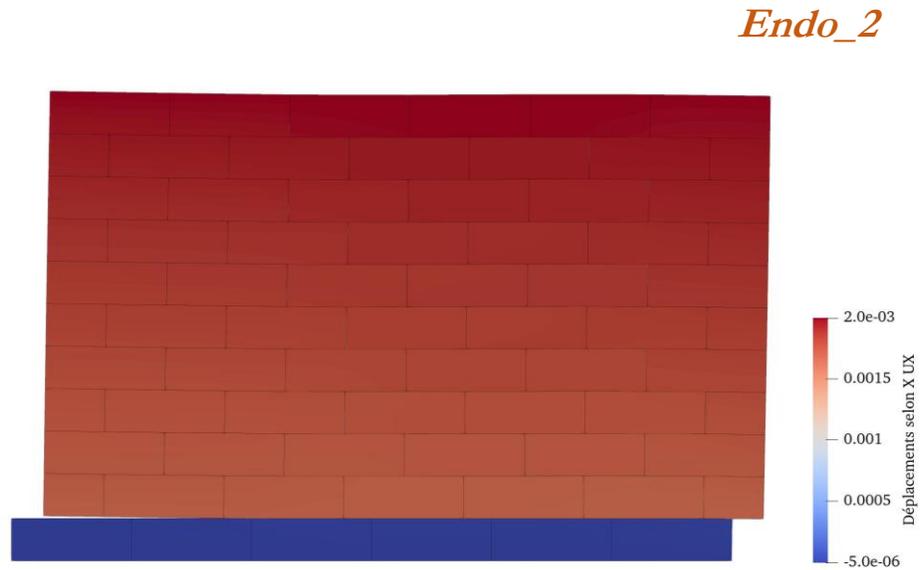




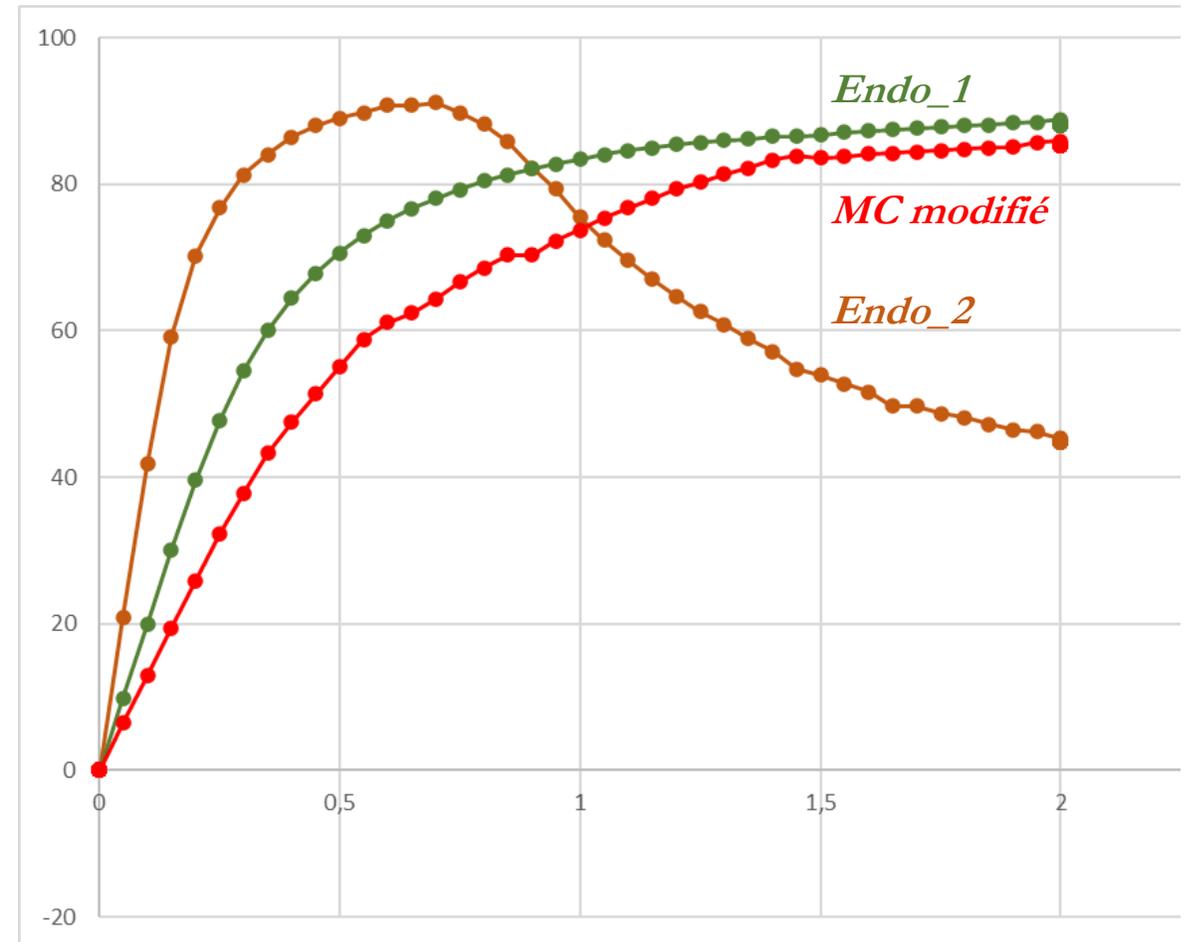
Traction – Cisaillement (kN et mm)



Compression – Cisaillement (kN et mm)

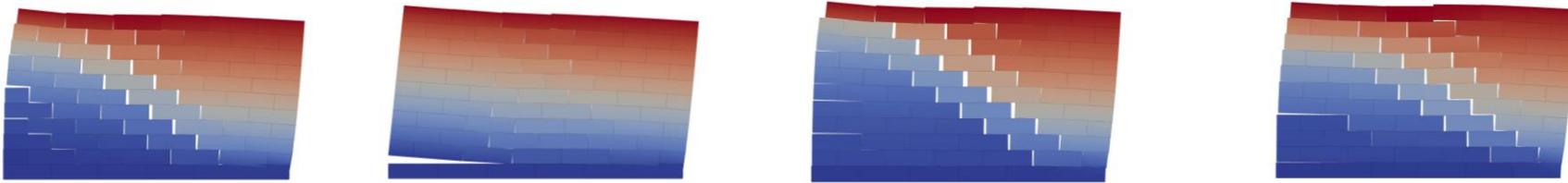


Déplacements finaux dans le mur (déformée x50)

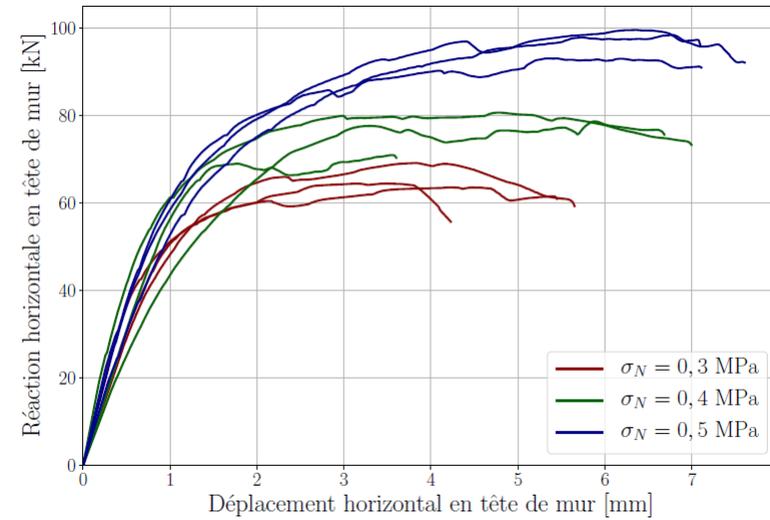


Poussée en tête de mur en fonction du déplacement imposé

Importance de la formulation du modèle de joint



Perspective: détermination précise des paramètres matériau



*Vincent Vençal,
op. cit. , 2020*

Merci de votre attention