CLUB DES UTILISATEURS CAST3M

29 novembre 2019

Analyse de la tenue des structures à la fatigue

Joël KICHENIN

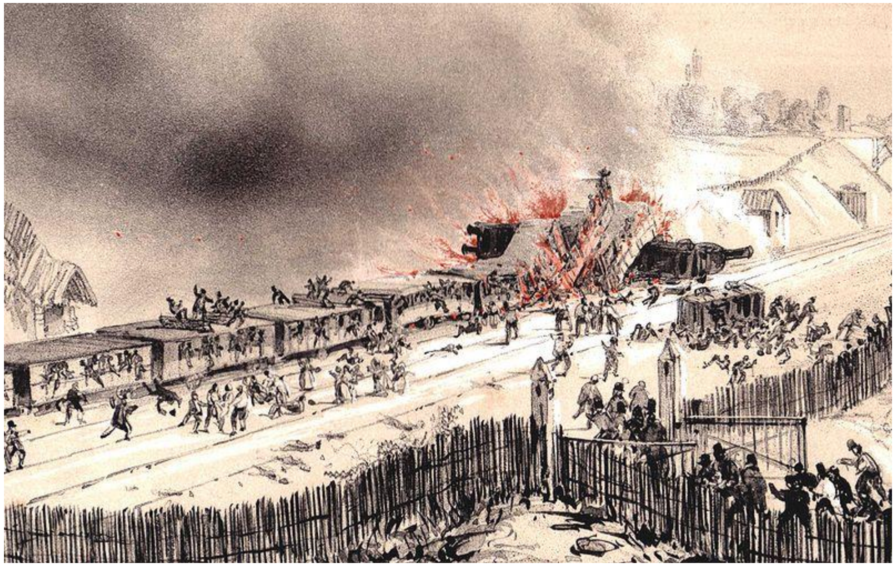
LM2S, CEA

Institut des Sciences de la Mécanique et Applications Industrielles

Habibou MAITOURNAM

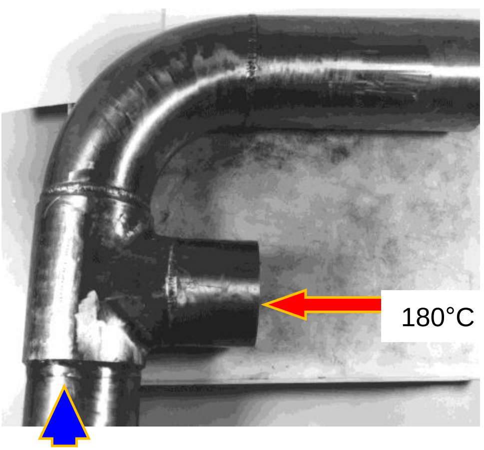
IMSIA, UMR 9219, ENSTA Paris – CNRS – CEA - EDF

Phénomène de la fatigue



8 mai 1942 : accident du train Versailles-Paris

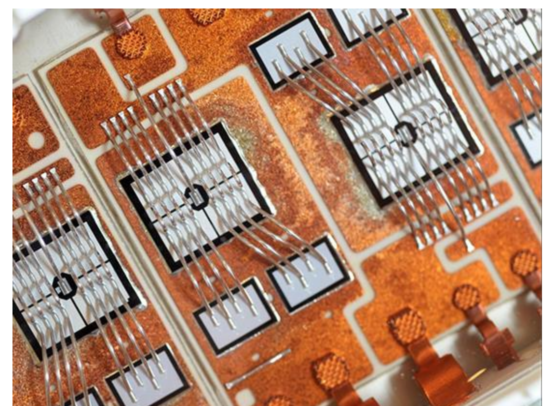
June 3, 1998 : failure of the tread of a wheel of an ICE 1 from Munich to Hamburg



30°C

Civeaux

http://www.iasa.com.au/folders/Safety_Issues/FAA_Inaction/severityUnderstated.html



https://chargedevs.com/features/top-causes-of-failure-in-power-semiconductors/

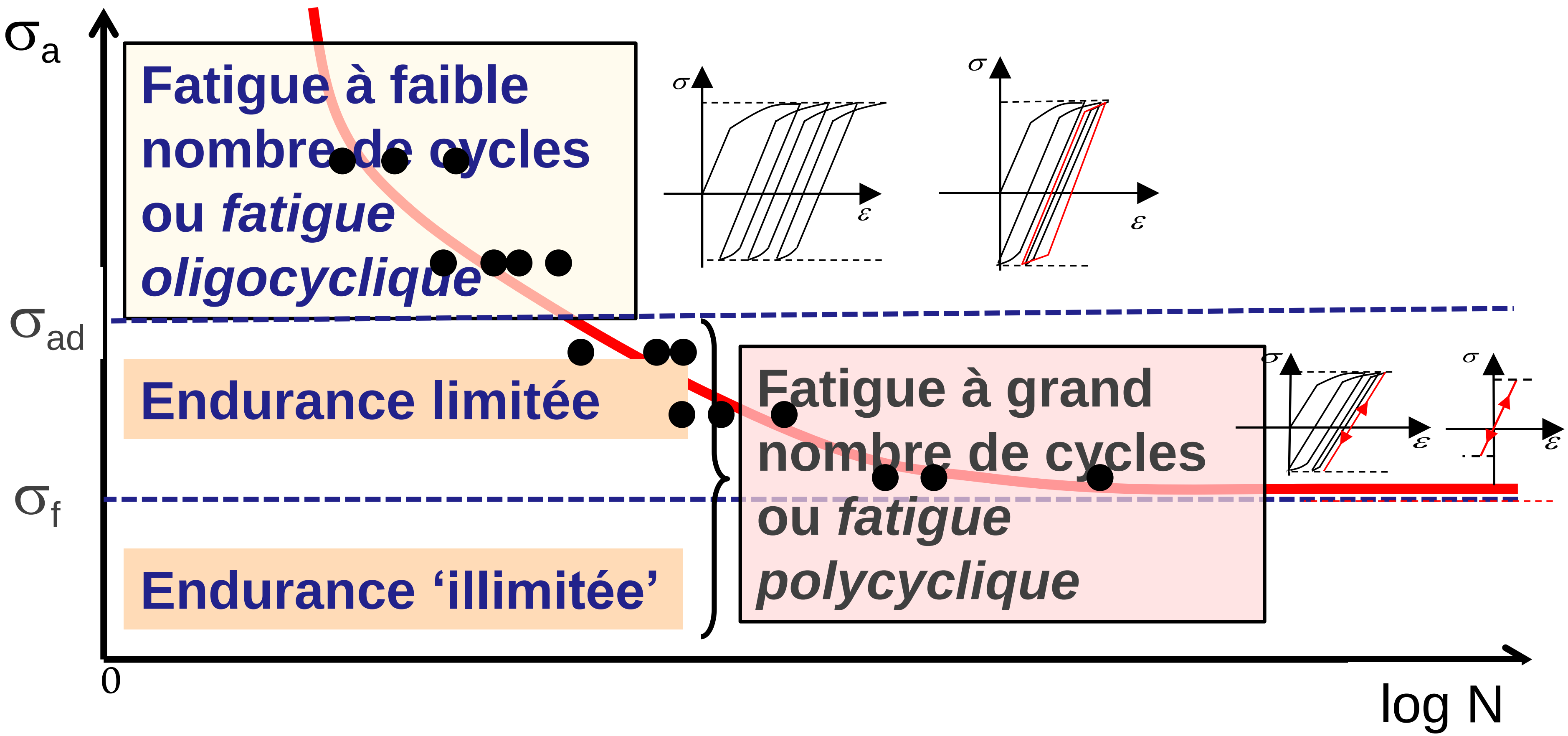
Sécurité - Impact sur l'économie

Fatigue : dégradations des propriétés mécaniques dues à des sollicitations répétées

- Environ 80% des ruptures sont liées à la fatigue
- Coût annuel (direct et indirect) : 5 milliards $.
- 30% auraient pu être évités

Domaines de fatigue

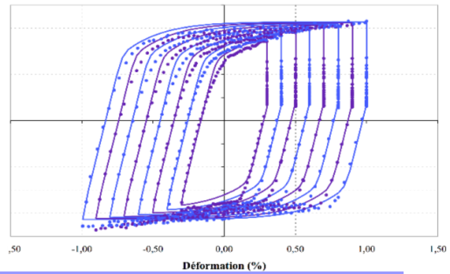
basés sur l'état limite



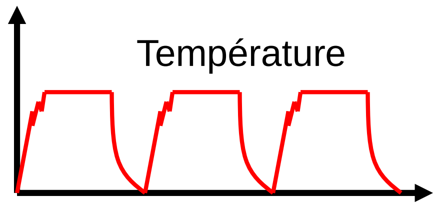
DÉMARCHE GLOBALE DE DIMENSIONNEMENT

Approche découplée

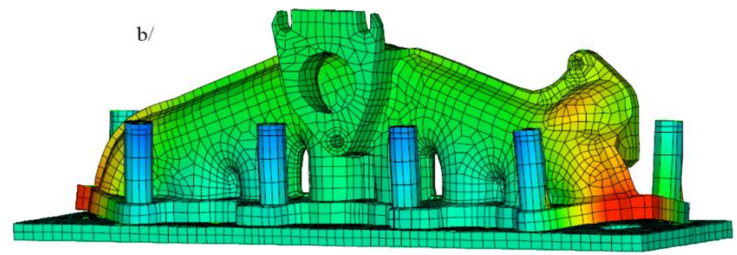
structure



matériau



chargement



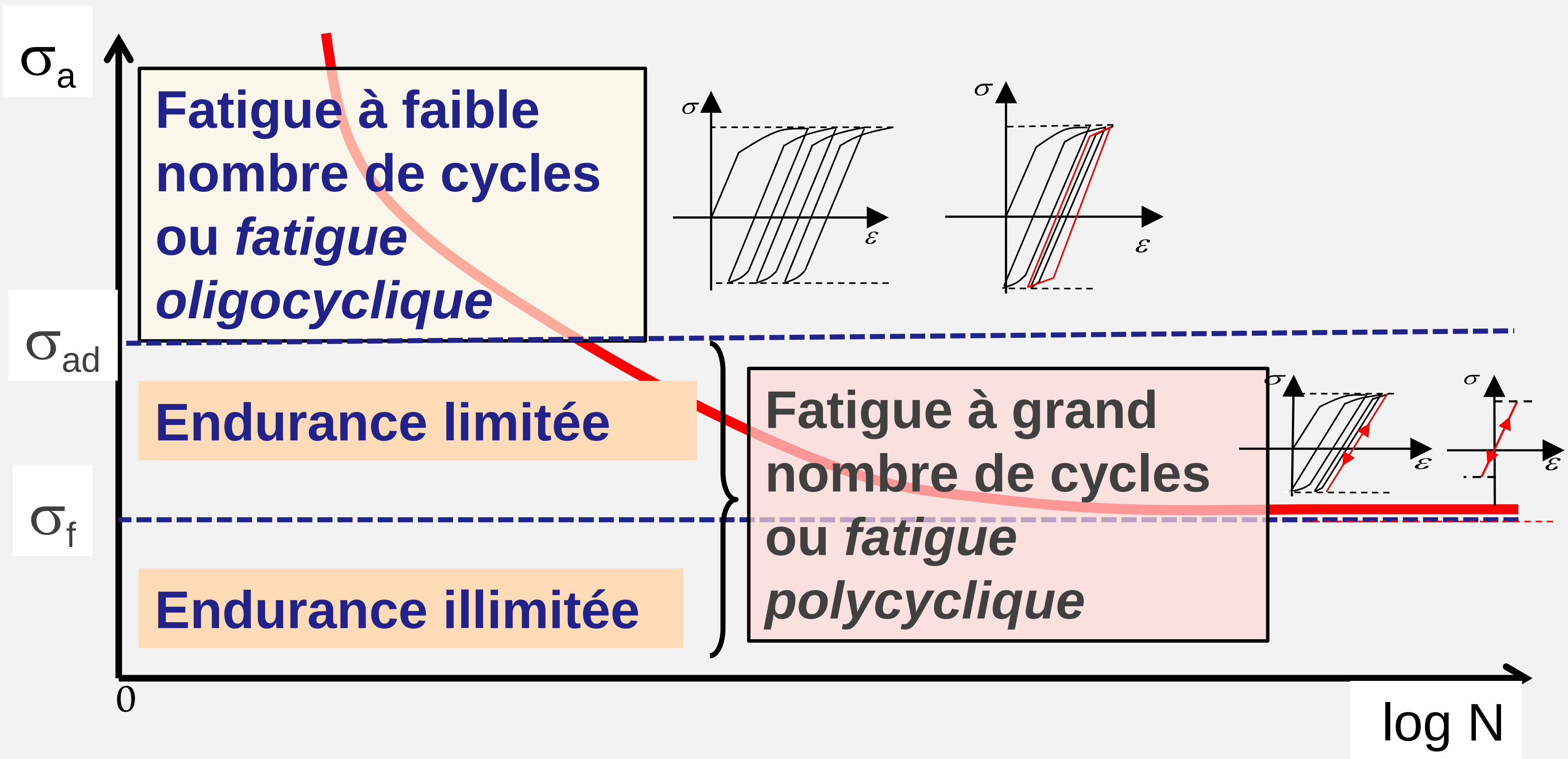
calcul cyclique
recherche de l'état asymptotique

Prévision de la tenue en fatigue

modèle utilisant les caractéristiques du cycle stabilisé

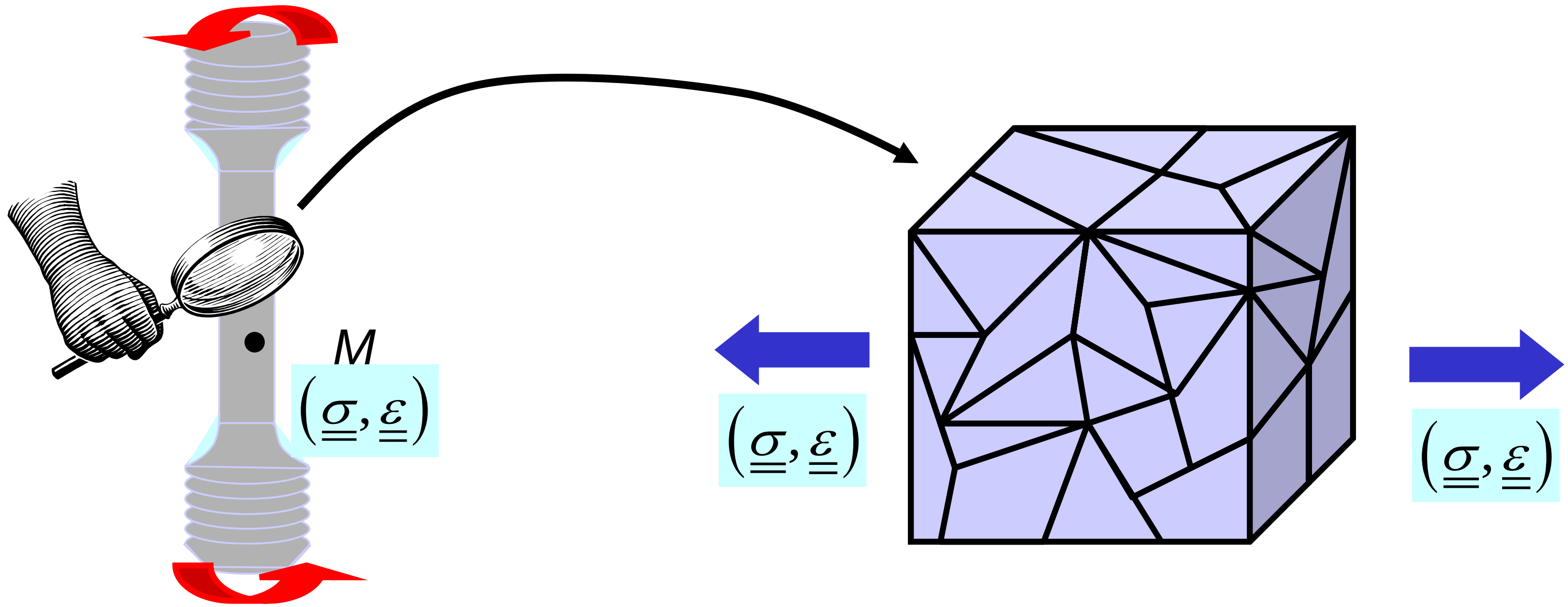
Domaines de fatigue

basés sur l'état limite

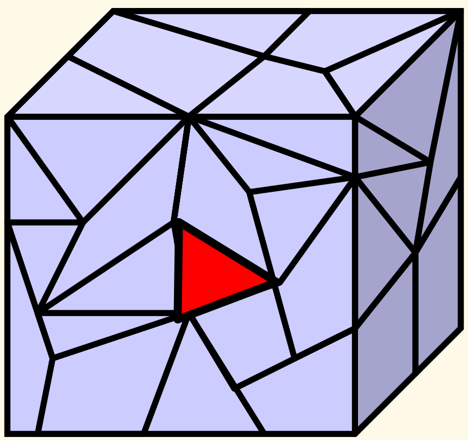


Approche
MULTI-ÉCHELLE EN FATIGUE
(Dang Van)

High and Low Cycle Fatigue: multiscale approach



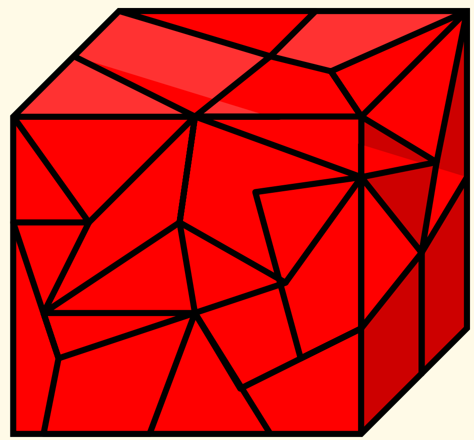
HCF



Seuls qlqs grains plastifiés

Élasticité macroscopique

LCF



~tous les grains plastifiés

(Visco)Plasticité macroscopique

Bases desmodèles de fatigue développés

(A. Constantinescu, K. Dang Van & H. Maitournam, FFEMS, 2003)

Concepts de base*: multiéchelle, adaptation, énergie dissipée*

À l'échelle macroscopique : le seuil est la limite d'adaptation

- *En dessous de cette limite : le comportement à long terme est elastique = HCF*
- *Au dessus de cette limite : le comportement à long terme est dissipatif = LCF*

Pour la fatigue à grand nombre de cycles (HCF) :

À l'échelle mésoscopique : le seuil est la limite d'adaptation méso

- *En dessous de cette limite : endurance "illimitée"*
- *Au dessus de cette limite : endurance limitée*

Principe de l'approche macro-meso en HCF

0. **Contraintes macroscopiques adaptées**

1. **Passage des contraintes macroscopiques aux contraintes mésoscopiques**

   Détermination des contraintes méso en tout point *m* du VER(*M*)

2. **Hypothèse d'adaptation au niveau mésoscopique**

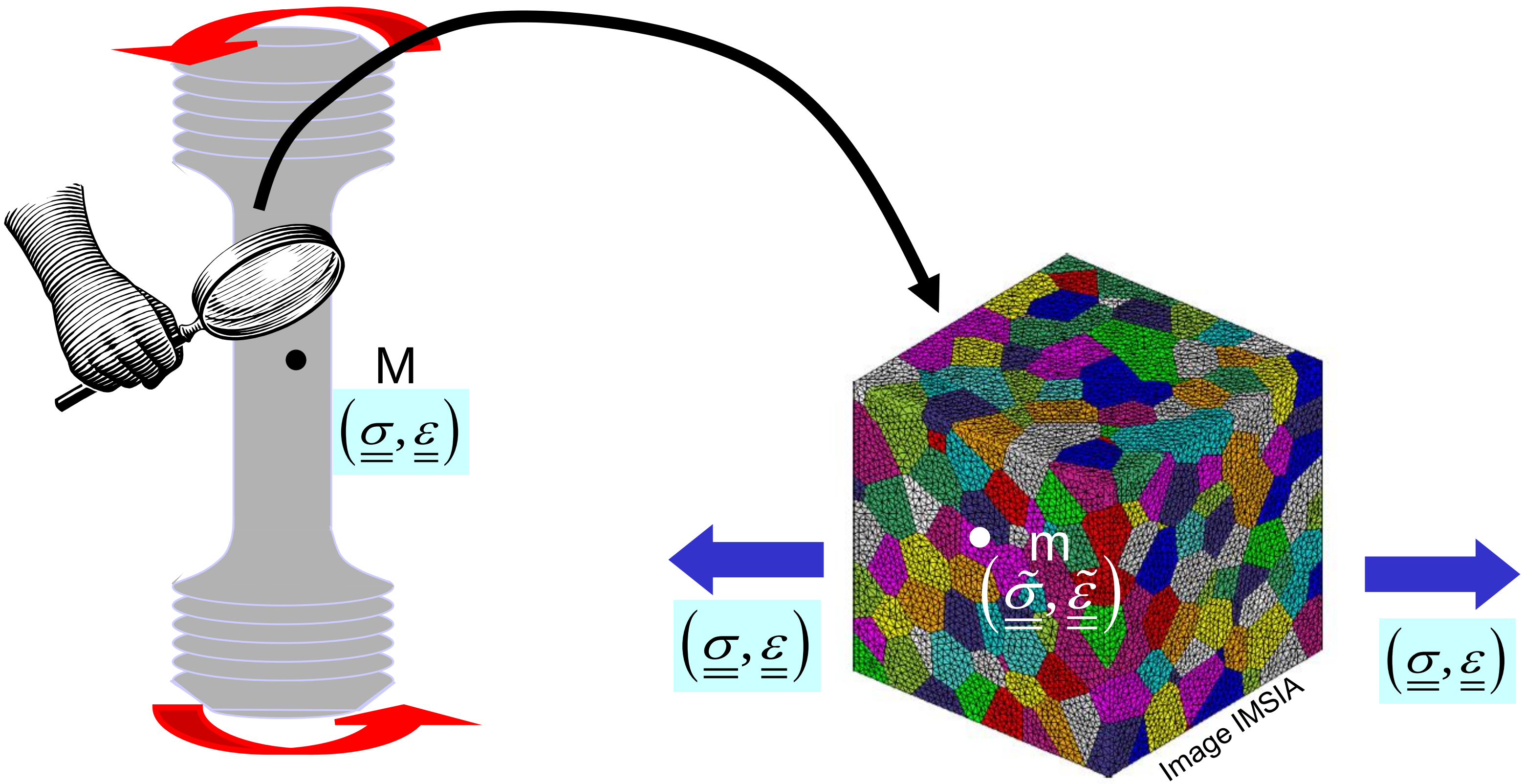
   Détermination des contraintes résiduelles mésoscopiques

3. **Postulat d'un critère d'endurance illimitée sur les contraintes méso**

   on peut choisir un critère de type plan critique

4. **Réécriture éventuelle du critère en fonction des contraintes macroscopiques**

Relations de passage macro-méso



- Les contraintes macro $\underline{\underline{\sigma}}(M,t)$ agissent comme chargement du VER *M*

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^{el}(m,M,t)+\underline{\underline{\tilde{\rho}}}(m,M,t)$$

$$\boxed{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}(M,m):\underline{\underline{\sigma}}(M,t)+\underline{\underline{\tilde{\rho}}}(m,M,t)}$$

Relations de passage macro-méso en fatigue HCF

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\underline{\underline{A}}}}(M,m):\underline{\underline{\sigma}}(M,t)+\underline{\underline{\tilde{\rho}}}(m,M,t)$$

Des hypothèses sont effectuées dans le cadre de l'endurance illimitée :

1. Comme, le VER est macroscopiquement adapté, très peu de grains plastifient ; ces grains sont considérés comme des inclusions plastiques dans un milieu élastique, les deux milieux ayant le même comportement élastique

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\sigma}}(M,t)+\underline{\underline{\tilde{\rho}}}(m,M,t)$$

2. Ces grains plastifiés doivent s'adapter pour qu'il y ait endurance illimitée : le champ des contraintes résiduelles méso tend vers une limite fixe tout comme le champ des déformations plastiques méso

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\sigma}}(M,t)+\underline{\underline{\tilde{\rho}^*}}(m,M)$$

En se plaçant à la limite d 'adaptation, $\underline{\underline{\tilde{\rho}^*}}$ peut être estimé comme l'opposé du centre $\underline{\underline{s}}^*$ de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet des déviateurs de $\underline{\underline{\sigma}}(M,t)$

$$\boxed{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(m,M,t)=\underline{\underline{\sigma}}(M,t)-\underline{\underline{s}}^*(m,M)}$$

$$\underline{\underline{s}}^*(M)=\mathrm{Arg}\min_{\underline{\underline{s}}_1}\left\{\max_t\left\|\underline{\underline{s}}^{el}(M,t)-\underline{\underline{s}}_1(M)\right\|\right\}\quad \mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t)\right)=\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\sigma}}(t)\right)$$

Postulat d'un critère de type plan critique à l'échelle méso

Il y a endurance illimitée si :

$$\boxed{\forall \underline{n}, \quad \forall t, \qquad \left\|\underline{\tau}\left(\underline{n},t\right)\right\| + ap\left(t\right) - b \; < \; 0}$$

Si on pose : $\tau\left(t\right) = \max\limits_{\underline{n}} \left\|\underline{\tau}\left(\underline{n},t\right)\right\|$ cisaillement max (sur toutes les facettes)

Alors la condition précédente s'écrit :

$$\boxed{\max_t \left\{\tau\left(t\right) + ap\left(t\right)\right\} \; < \; b}$$

avec $\tau\left(t\right) = \dfrac{1}{2}\left(\tilde{\sigma}_I\left(t\right) - \tilde{\sigma}_{III}\left(t\right)\right)$ $\qquad p\left(t\right) = \dfrac{1}{3}\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}\left(t\right)\right) = \dfrac{1}{3}\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\sigma}}\left(t\right)\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\tilde{s}_I\left(t\right) - \tilde{s}_{III}\left(t\right)\right)$$

et $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}\left(M,t\right) = \underline{\underline{\sigma}}\left(M,t\right) - \underline{\underline{s}}^*\left(m,M\right),$ $\qquad \tilde{\sigma}_I\left(t\right) \geq \tilde{\sigma}_{II}\left(t\right) \geq \tilde{\sigma}_{III}\left(t\right)$

Diagramme τ-p

- *C'est une représentation du critère dans le plan (τ,p)*

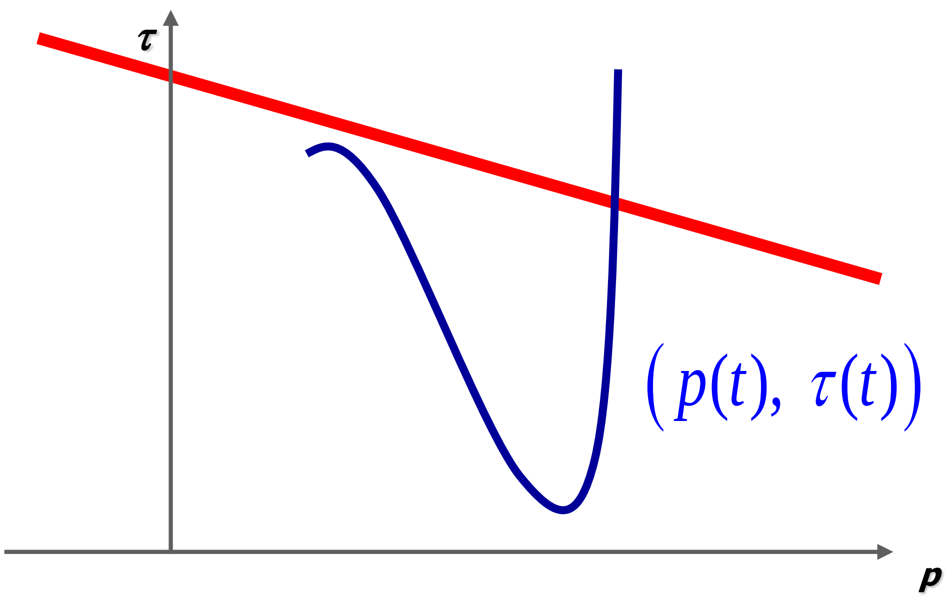
- *La droite d'équation :* $\boxed{\tau + ap = b}$

  est la droite matériau « intrinsèque ».

- *En tout point, lorsque le chargement décrit une période, on calcule*

$$\left(\tau(t),\ p(t)\right), \quad t \in [0,T]$$

  définit le trajet de chargement au point considéré.



Application pratique

On suppose connu en tout point M et à tout instant t du cycle, le tenseur des contraintes macroscopiques : $\underline{\underline{\sigma}}(M,t) \qquad t \in [0,T]$

1. On commence par calculer la pression hydrostatique :

$$p(t) = \frac{1}{3}\operatorname{tr}\underline{\underline{\sigma}}(t)$$

2. Puis, le déviateur macroscopique des contraintes :

$$\underline{\underline{s}}(t) = \underline{\underline{\sigma}}(t) - p(t)\underline{\underline{I}}$$

3. On détermine le centre $\underline{\underline{s}}^*$ de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet $\underline{\underline{s}}(t)$ et les contraintes mésoscopiques :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t) = \underline{\underline{\sigma}}(t) - \underline{\underline{s}}^* \quad \text{ou} \quad \underline{\underline{\tilde{s}}}(t) = \underline{\underline{s}}(t) - \underline{\underline{s}}^*$$

4. Calcul des contraintes méso principales et du cisaillement max :

$$\tau(t) = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_I(t) - \tilde{\sigma}_{III}(t)) = \frac{1}{2}(\tilde{s}_I(t) - \tilde{s}_{III}(t))$$

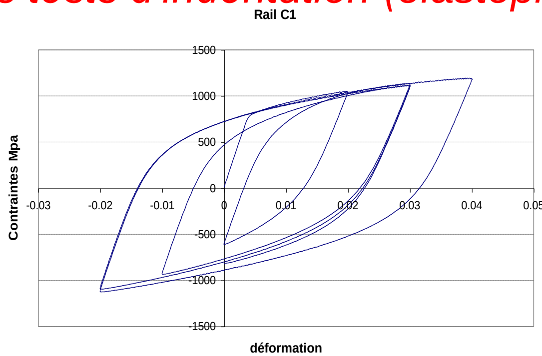
5. Vérification du critère au point considéré, endurance illimitée si

$$\max_t \{\tau(t) + a p(t)\} \le b$$

Exemples d'application (SNCF) : maintenance des rails

- ***Rail grade*** *: 900A (260).*

  Loi de comportement obtenue à partir des tests d'indentation (elastoplastique de von Mises à écrouissage cinématique non linéaire)



- ***Configurations*** *:*

  - TGV, 300km/h, rail sans défaut

  Inputs (contacts localisations et contraintes) fournis par INRETS.

- ***Initiation de fissures : critère de Dang Van***

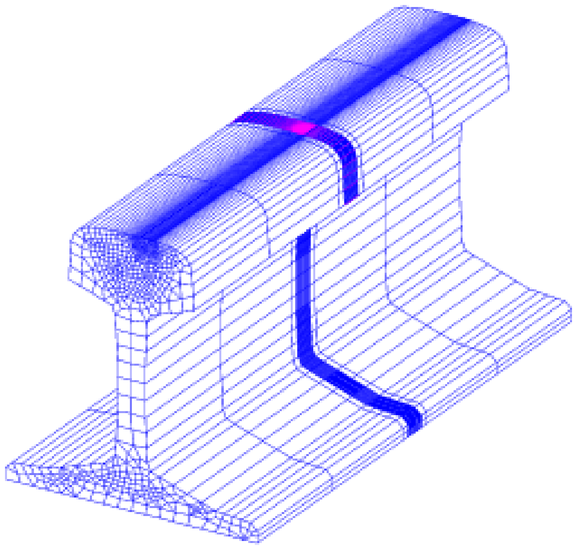
  Limites de fatigue fournies par Corus rail

- ***Loi de propagation : de type loi de Paris***

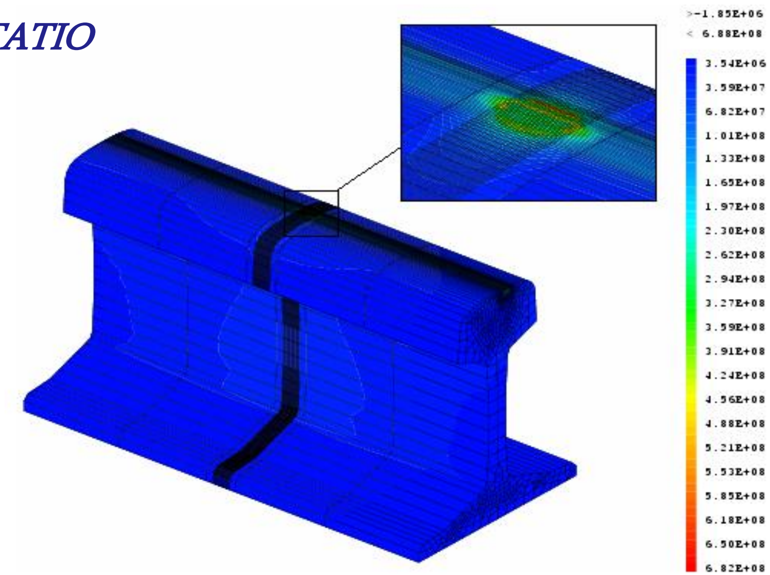
  données obtenues à partir des essais BAM et IRSID

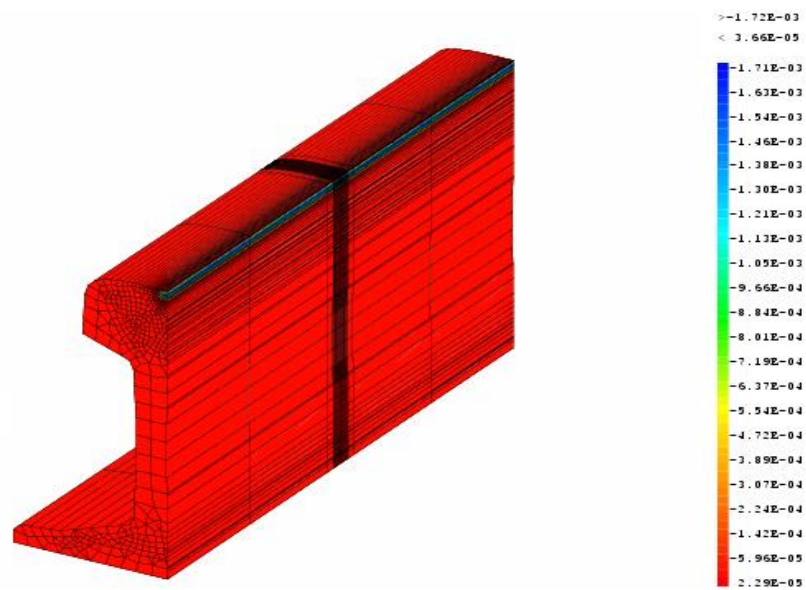
Exemple de train à 300km/h en alignement

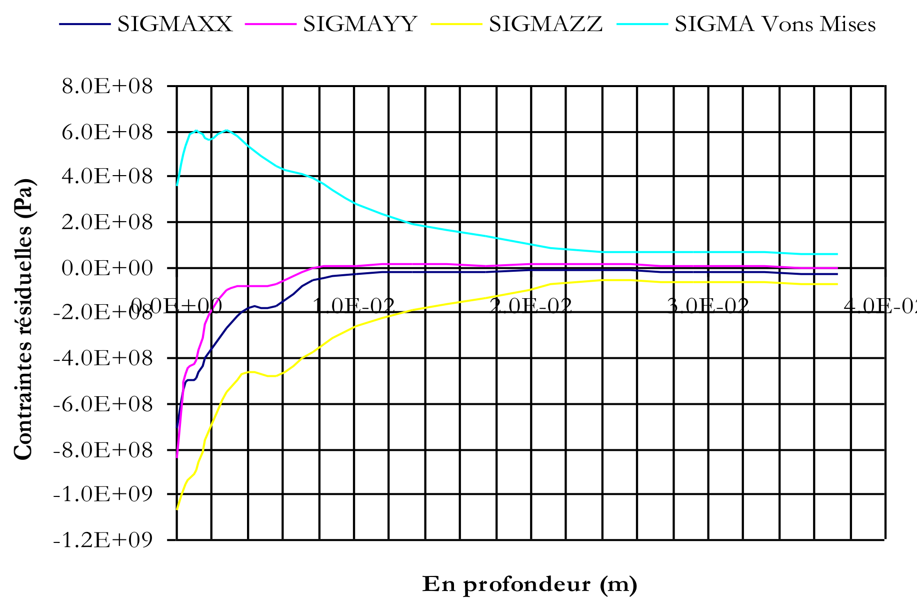
1. Calcul direct de l'état stabilisé du rail sous roulement répété



Procédure STATIO

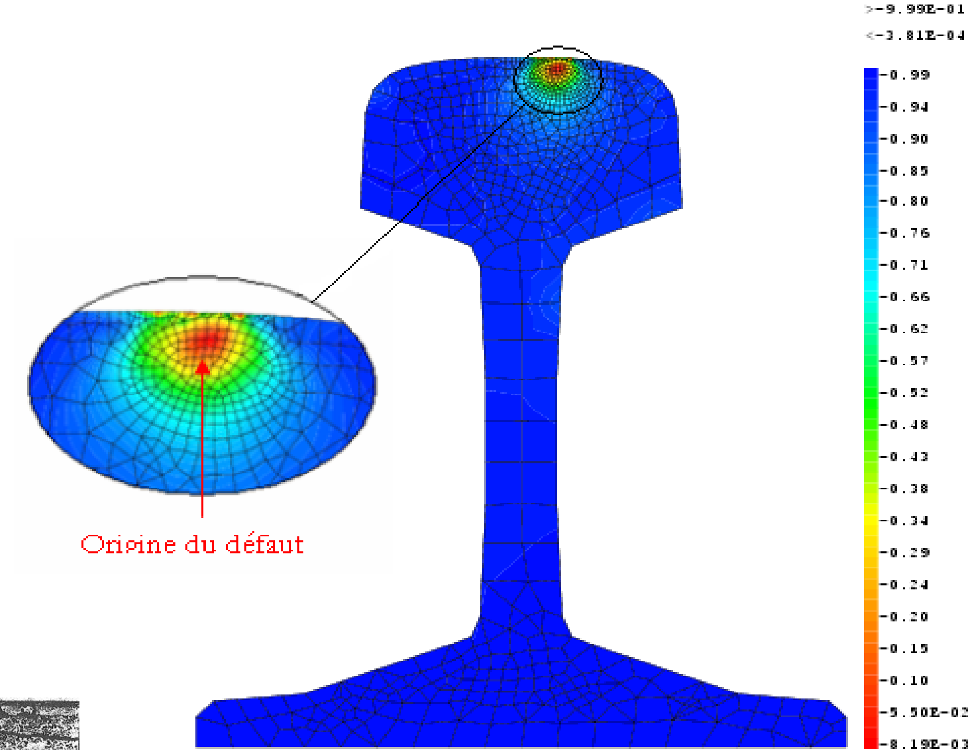


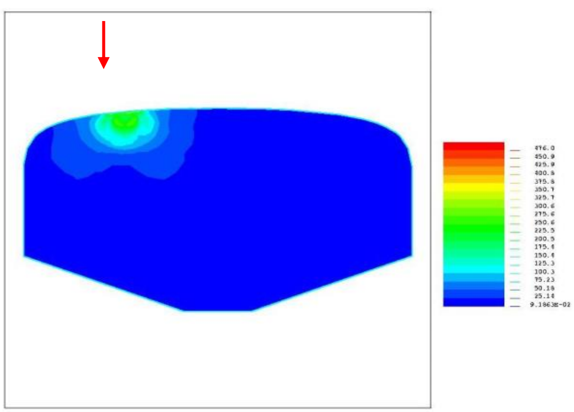


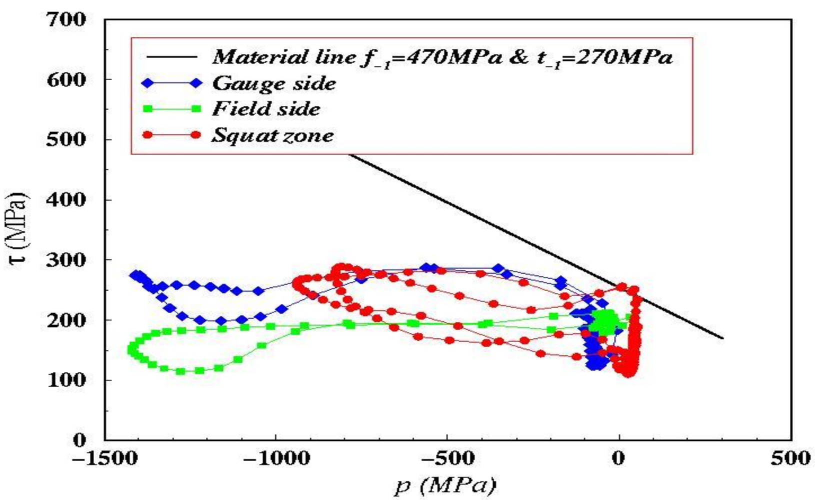


2. Application du critère de fatigue HCF

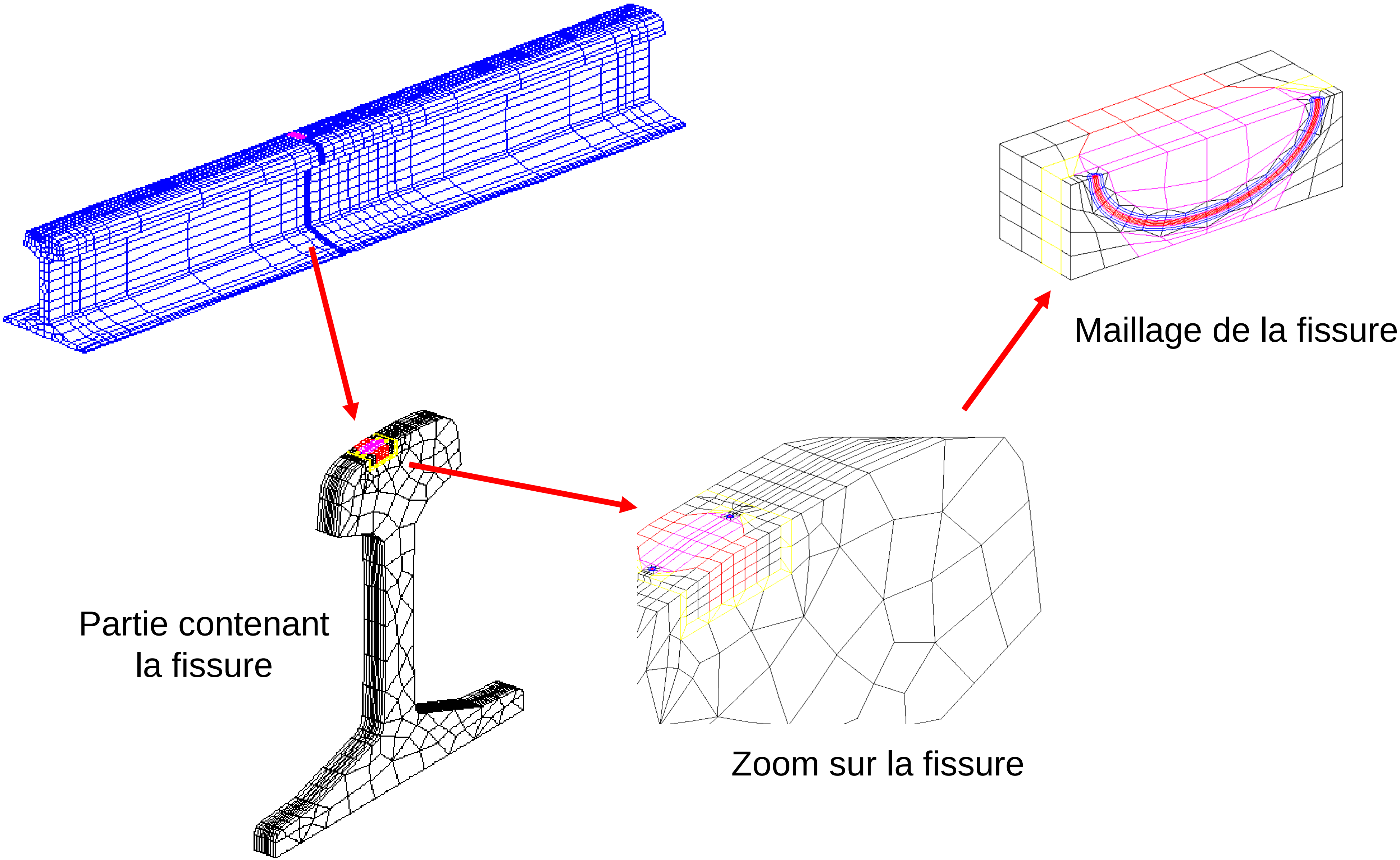
Localisation du point d'initiation de la fatigue

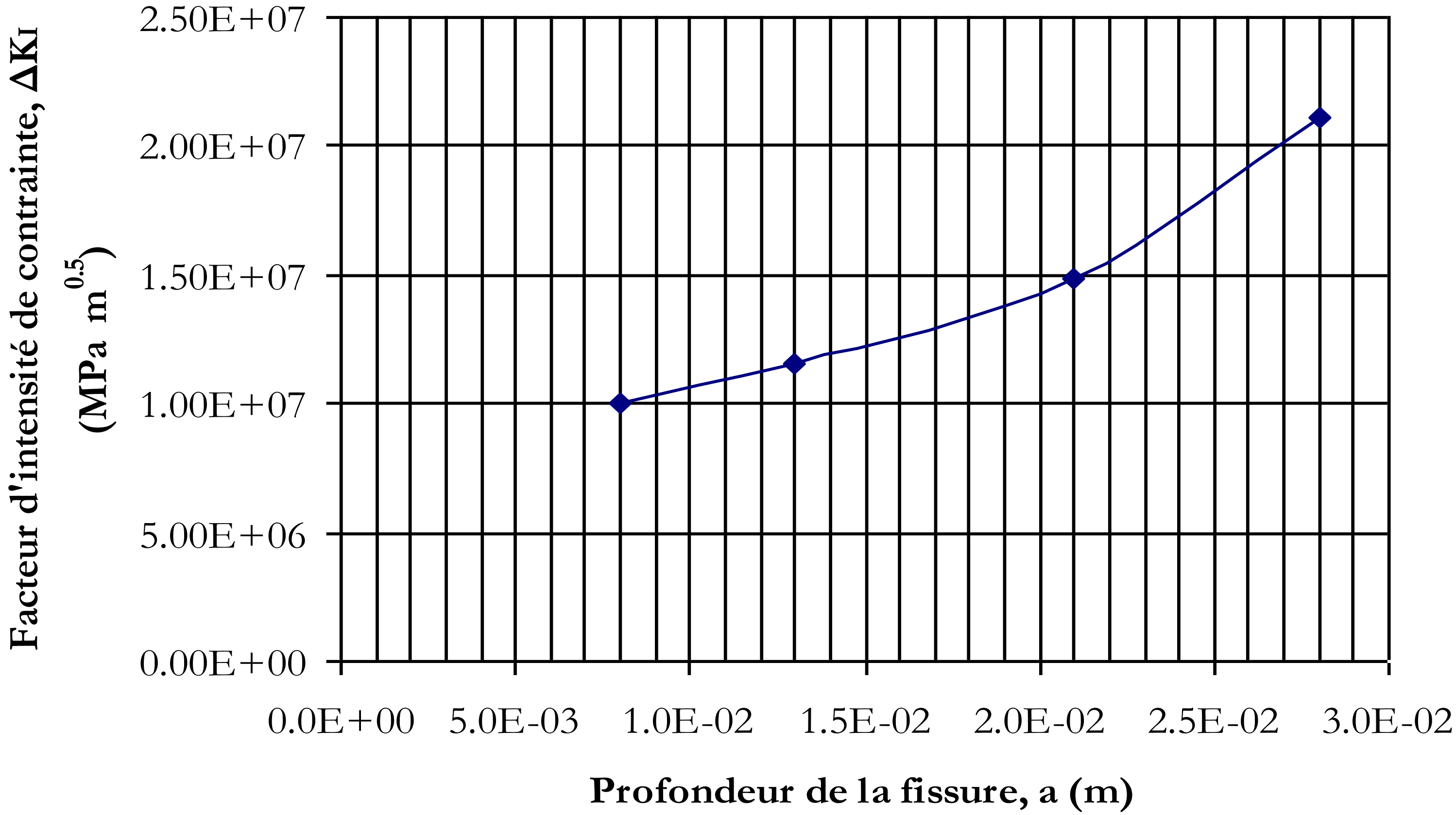






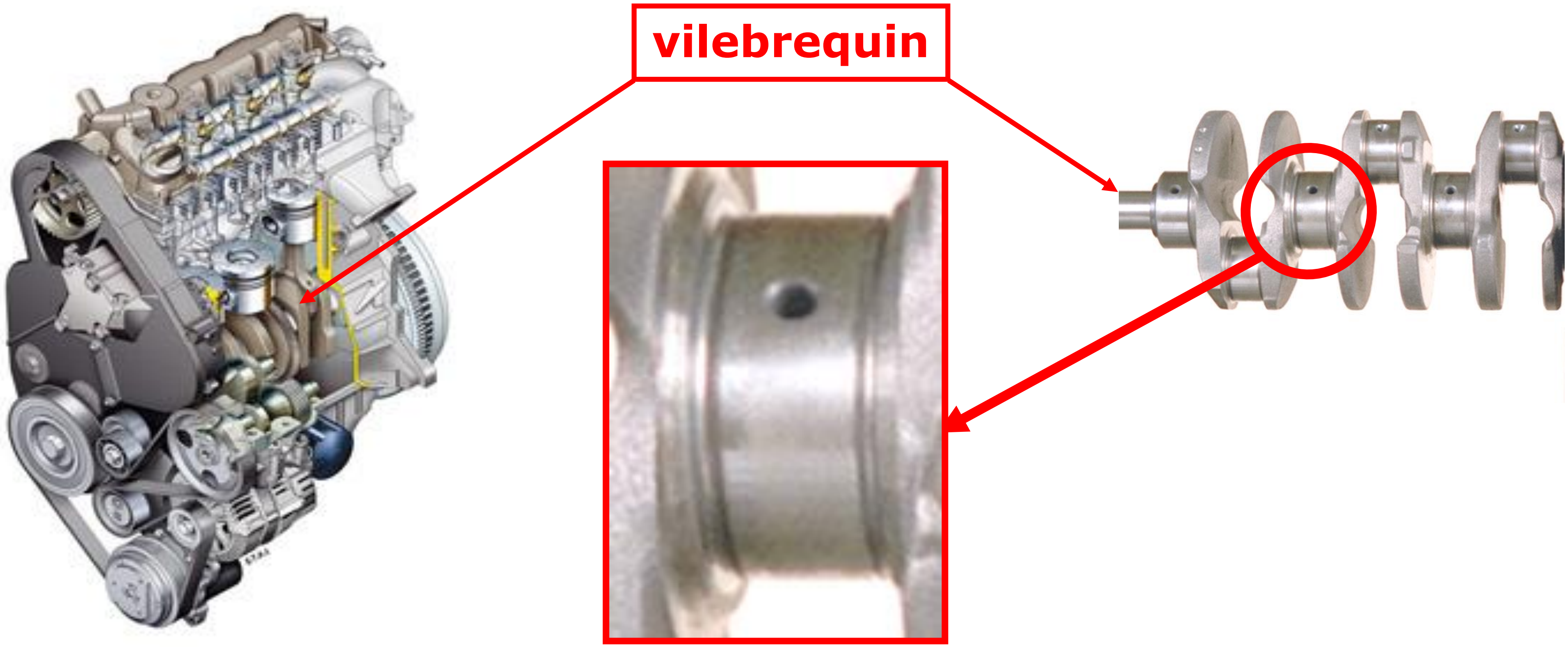
3. Propagation de la fissure





Evolution numérique de ΔK / longueur de fissure

Exemple : résistance à la fatigue des vilebrequins



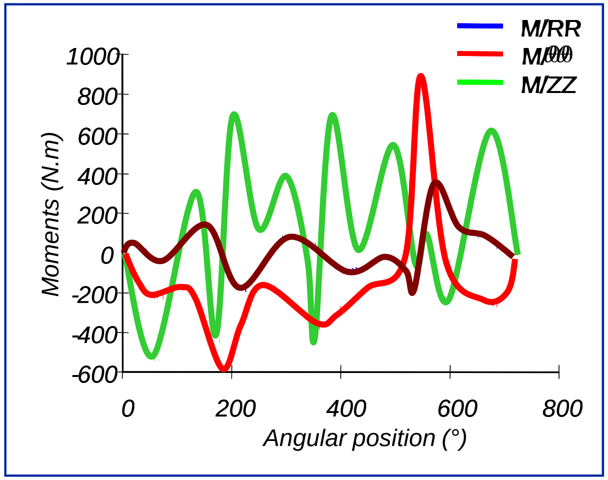
• **Pièce** : vilebrequin

• **Fonction** : transformation du mouvement des pistons en mouvement de rotation.

• **Défaillance** : rupture par fatigue

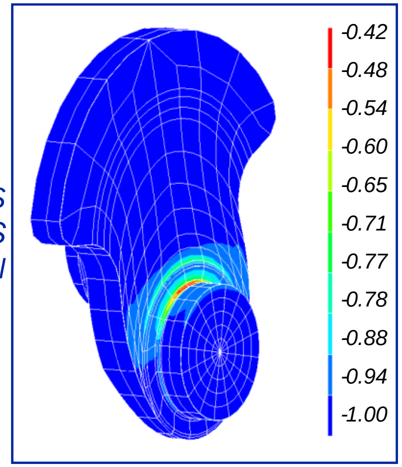
• **Zones à risque** : gorges car concentration de contrainte

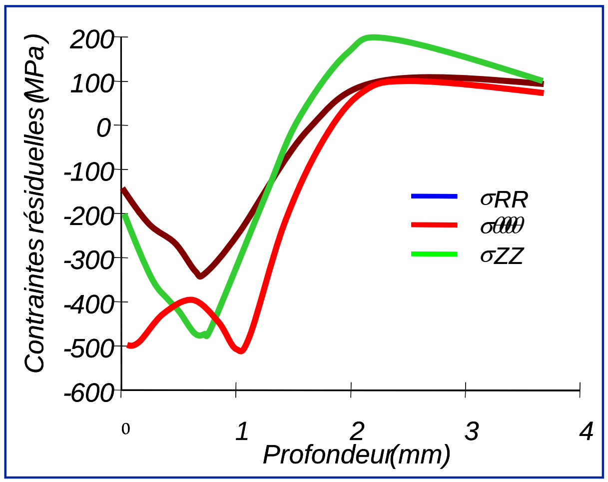
FATIGUE DES VILEBREQUINS GALETÉS



APPLIED
LOAD

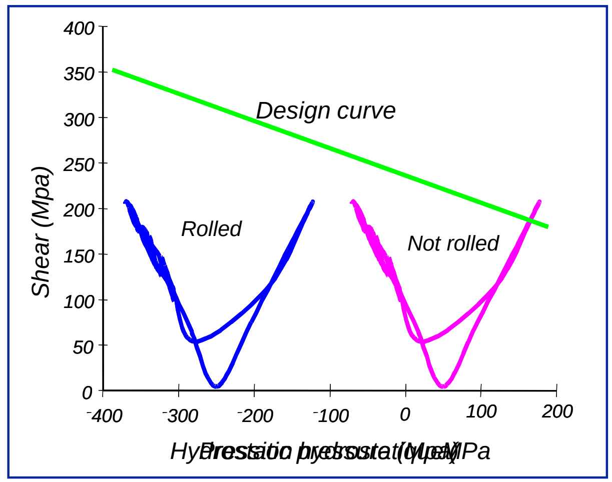
ISO VALUES
OF DANG VAN'S
CRITERION



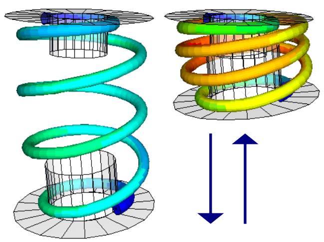


RESIDUAL
STRESSES
FROM ROLLING

LOAD PATH
AT CRITICAL
POINT



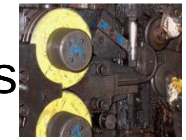
Endurance d'un ressort de suspension



① Macroscopic stresses at moment t

Cycles

② Stabilized local residual stresses



Process

③

Multi-scale methods
macro - micro

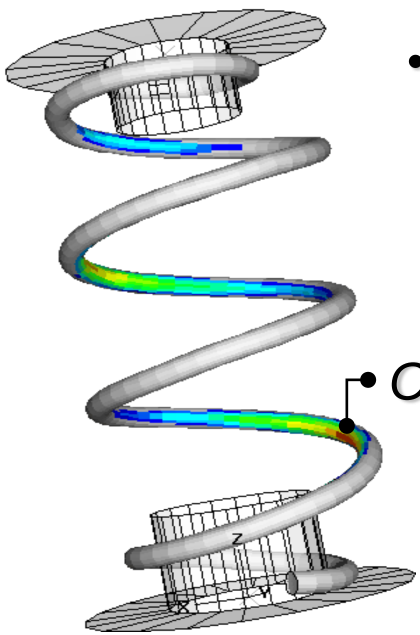
$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t) = \underline{\underline{\sigma}}(t) - \underline{\underline{s}}^{*}$$

④ Critical plane

$$\boxed{\max_{t}\left\{\tau(t) + ap(t)\right\} < b}$$

⑤ SN-Curves

Material



- Safety factor
- Fatigue life

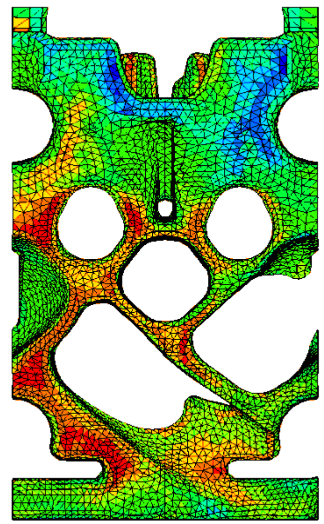
Critical zone

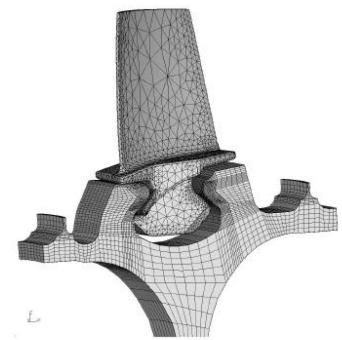
Prise en compte de différents effets

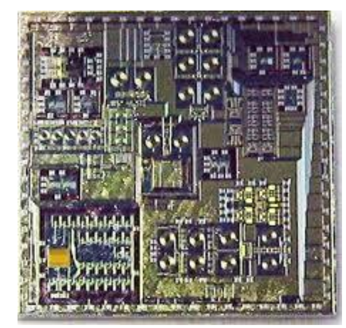
Effets du déphasage : Deperrois (1991), Papadoupoulous (1994-2001)

Extension à l'endurance limitée

Effets du gradient de contraintes :







Critère de Dang Van à gradient

$$\max_t \left\{ \widetilde{\tau(t)} + a_g \widetilde{P(t)} \right\} \leq b_g$$

avec $$\widetilde{\tau(t)} = \tau(t) \left[1 - \left(l_\tau \frac{\|\boldsymbol{Y}(t)\|}{\tau(t)} \right)^{n_\tau} \right]$$

$$\widetilde{P(t)} = P(t) \left[1 - \left\langle l_\sigma \frac{\|\boldsymbol{G}(t)\|}{P(t)} \right\rangle^{n_\sigma} \right]$$

$Y = \nabla \sigma$ Tenseur du 3$^{\text{ème}}$ ordre avec des symétries mineures (18 composantes)

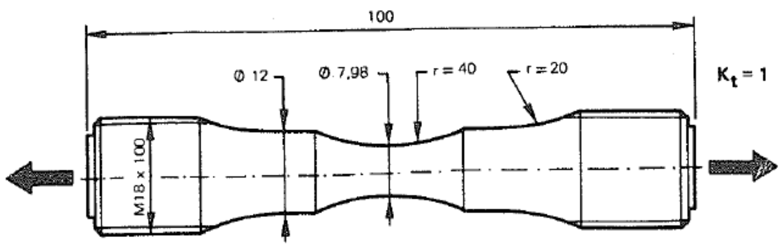
$G = \nabla P$

Six paramètres du matériau $(a_g, b_g, l_\tau, l_\sigma, n_\tau, n_\sigma)$ à identifier

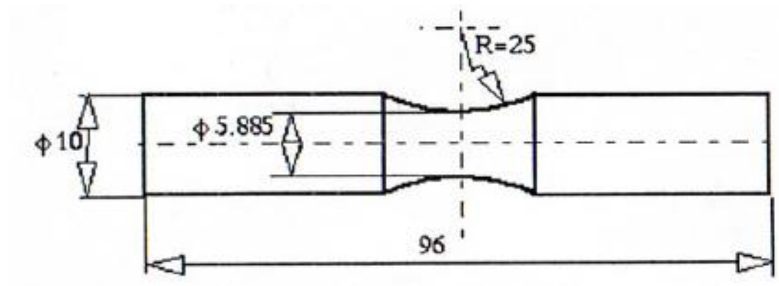
Effet d'entaille

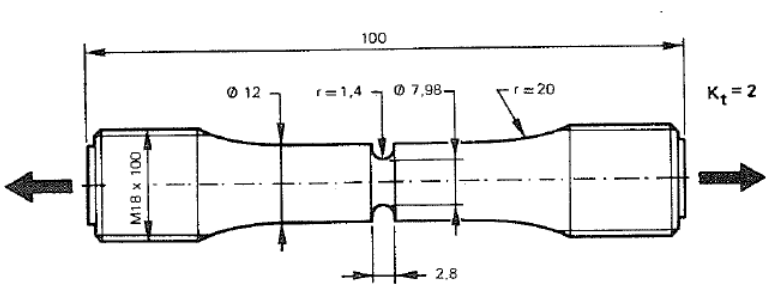
Tension-compression

Rotating bending

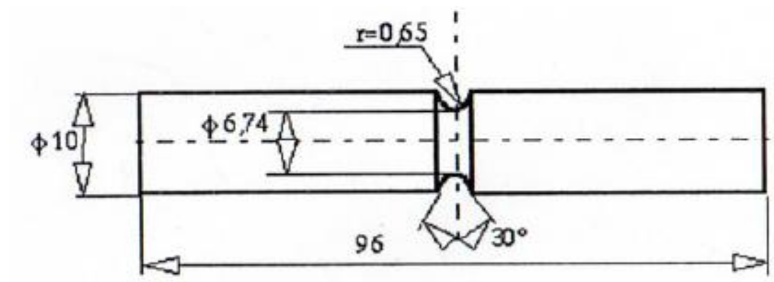


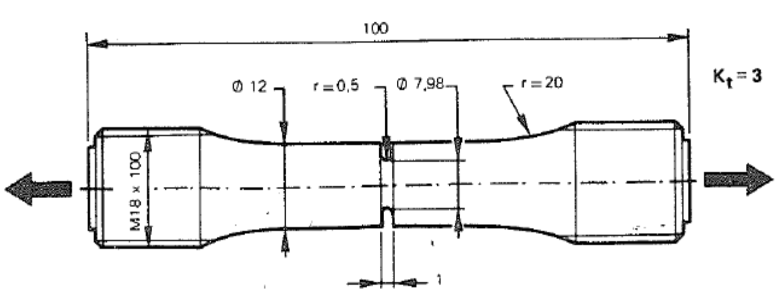
$k_t = 1$



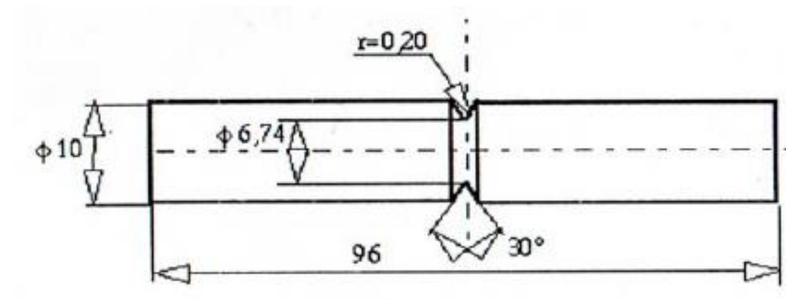


$k_t = 2$





$k_t = 3$



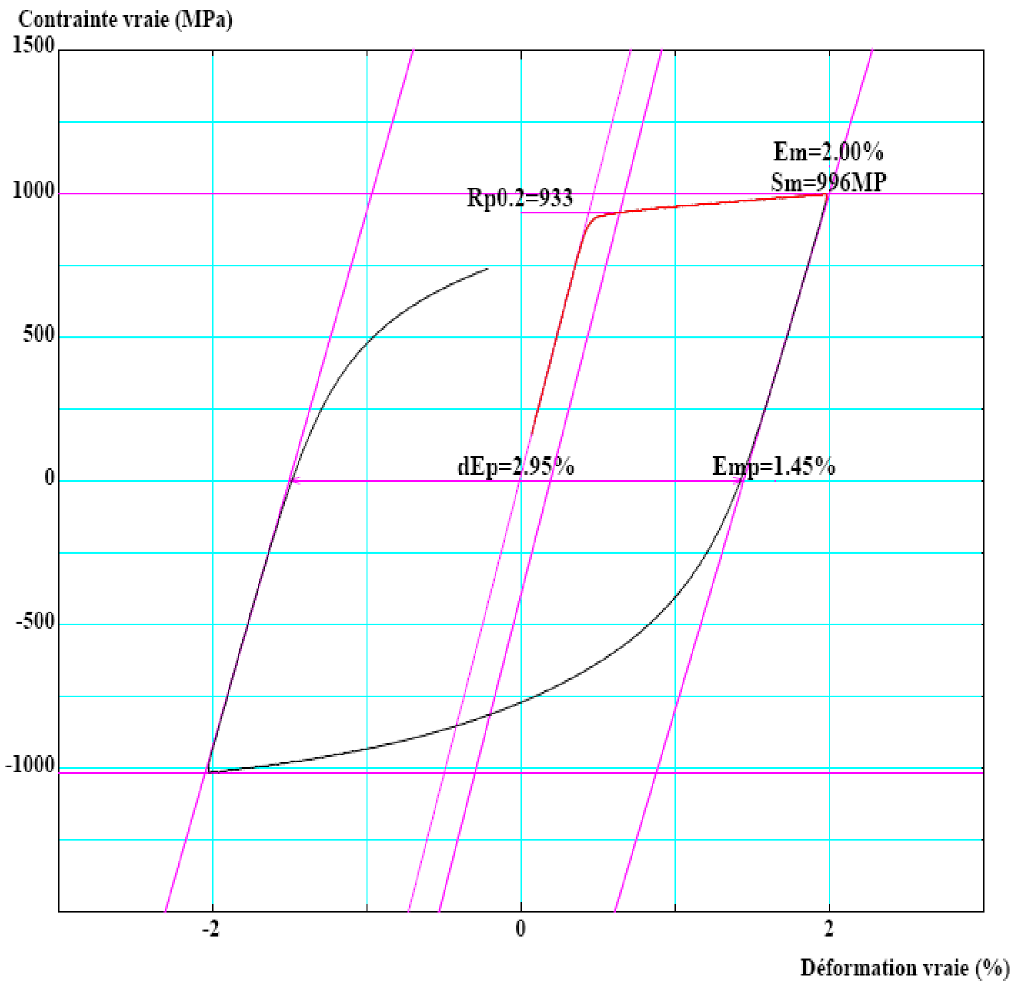
Résultats des essais de fatigue

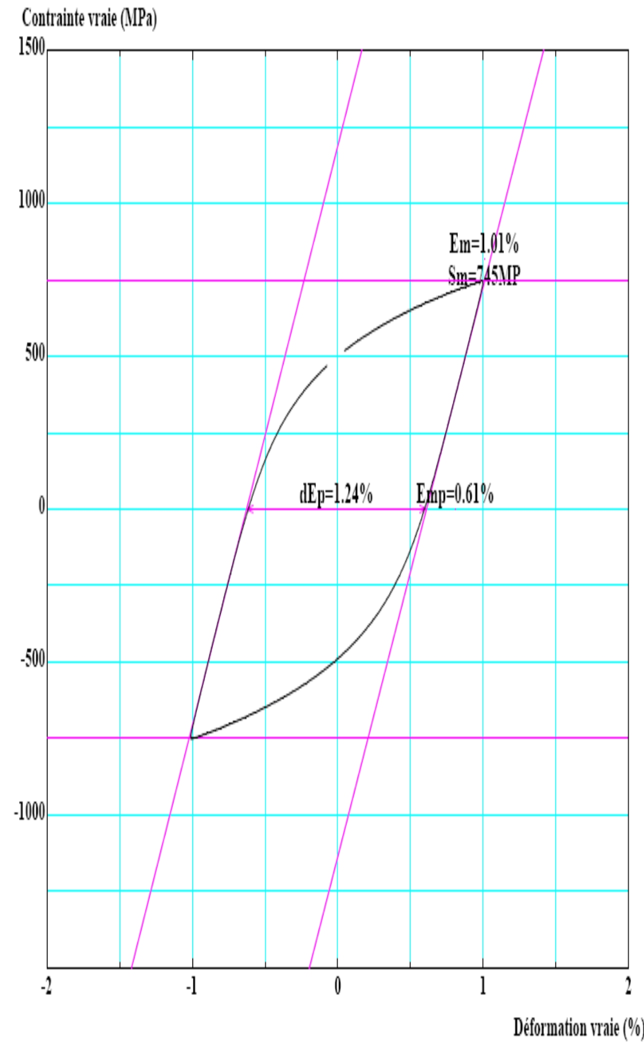
Type of the loading	kt	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)
tension-compression	1	508	0
tension-compression	1	467.5	400
tension-compression	2	252	500
tension-compression	3	220	0
tension-compression	3	165	500
torsion	1	320	0
Rotating bending	1	540	0
Rotating bending	2	267	0
Rotating bending	3	180	0

MATERIAL BEHAVIOUR

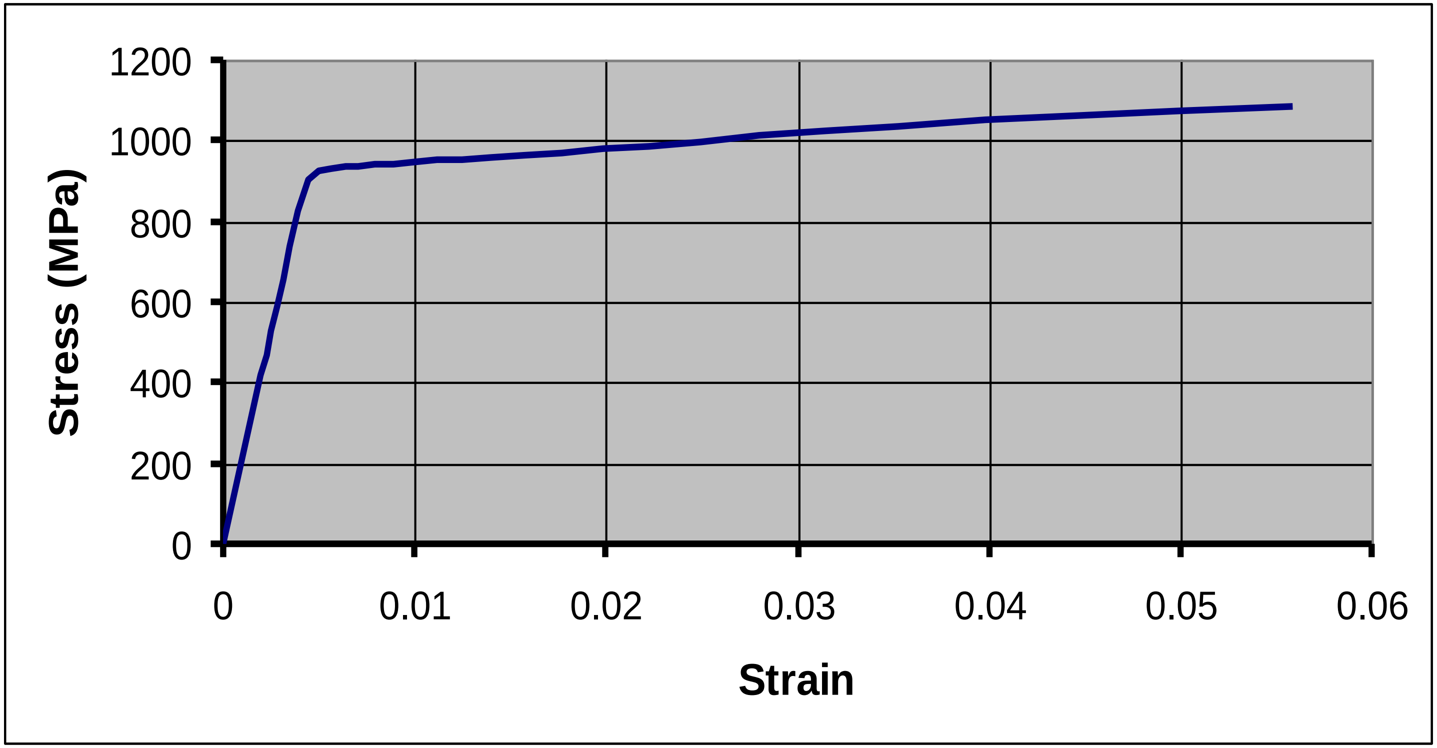
Material : 42CrMo4 quenched and tempered

Re0.2 = 928 MPa, Rm =1024MPa





MATERIAL BEHAVIOUR



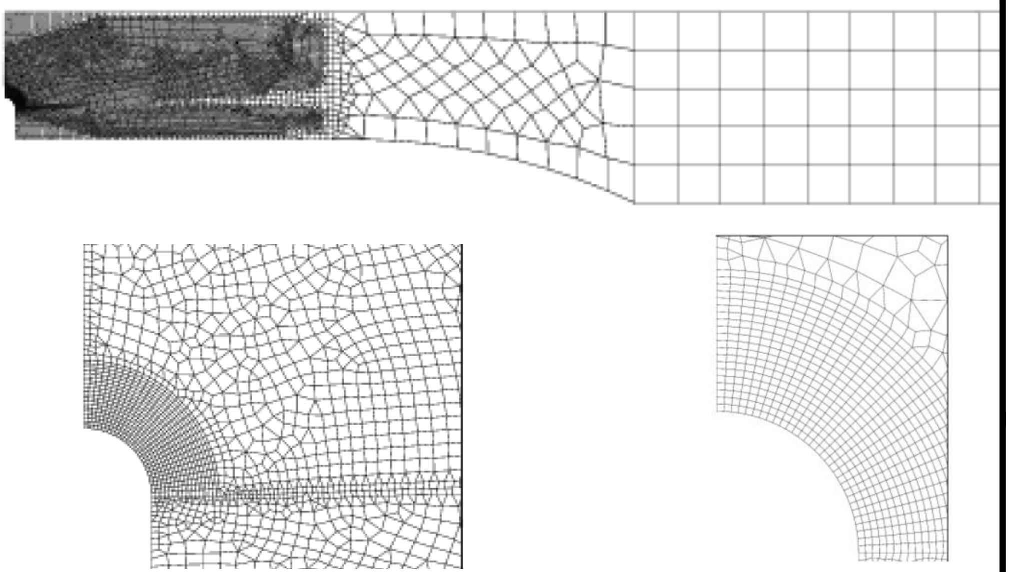
Two von Mises elastic-plastic models :

- Linear kinematic hardening
- Non-linear kinematic hardening (Armstrong-Frederick)

NUMERICAL SIMULATIONS

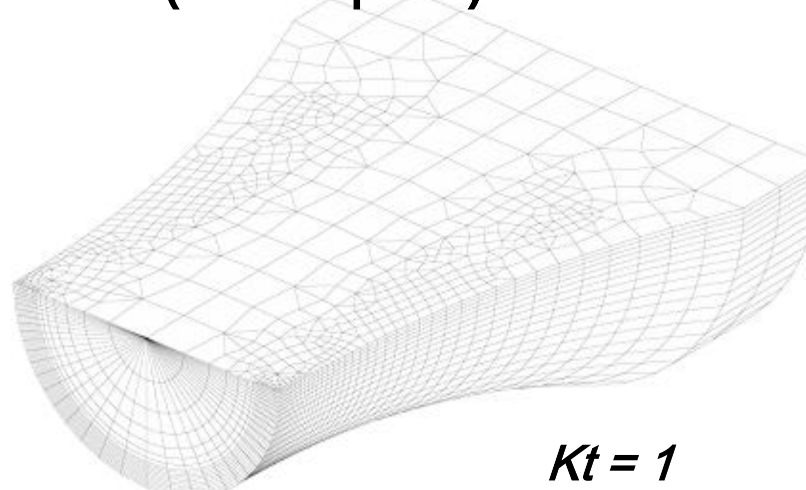
Examples of meshes

tension specimen (kt=3)
different zooms

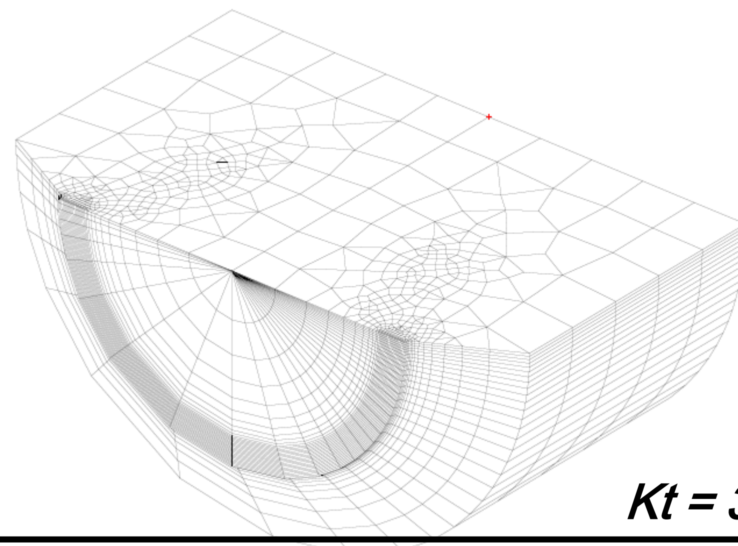


Smallest element size : 12 μm

rotative bending specimens
(central parts)

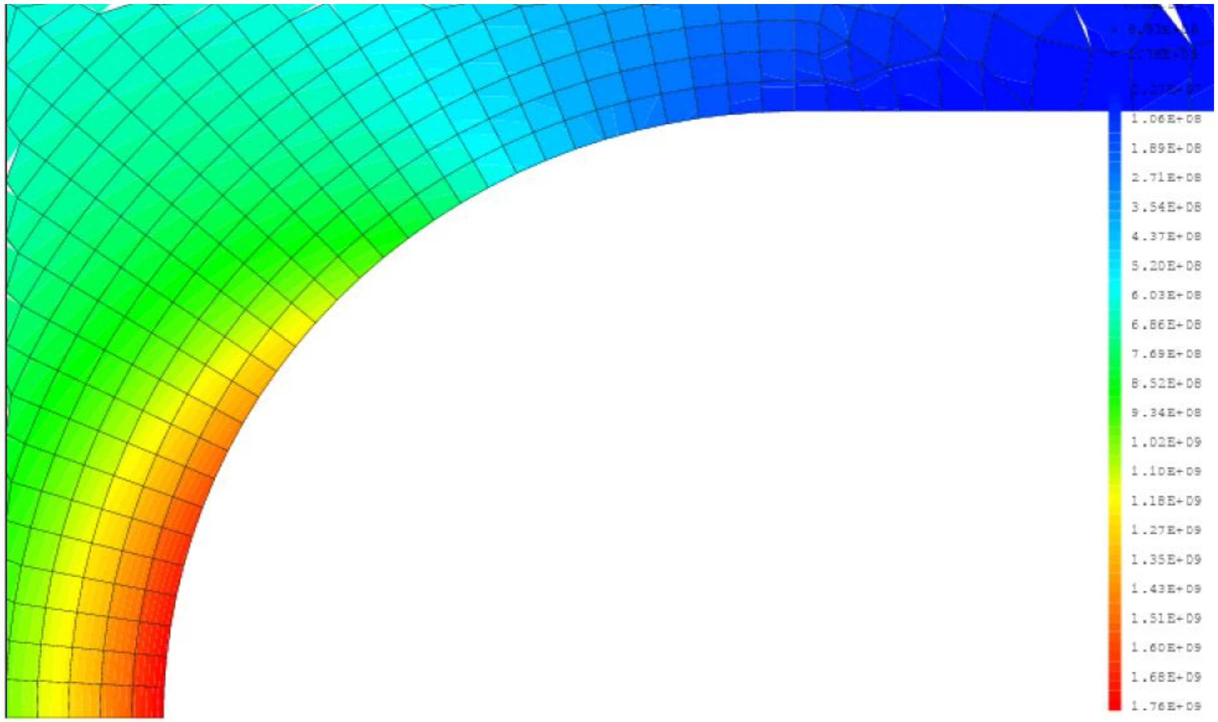


Kt = 1

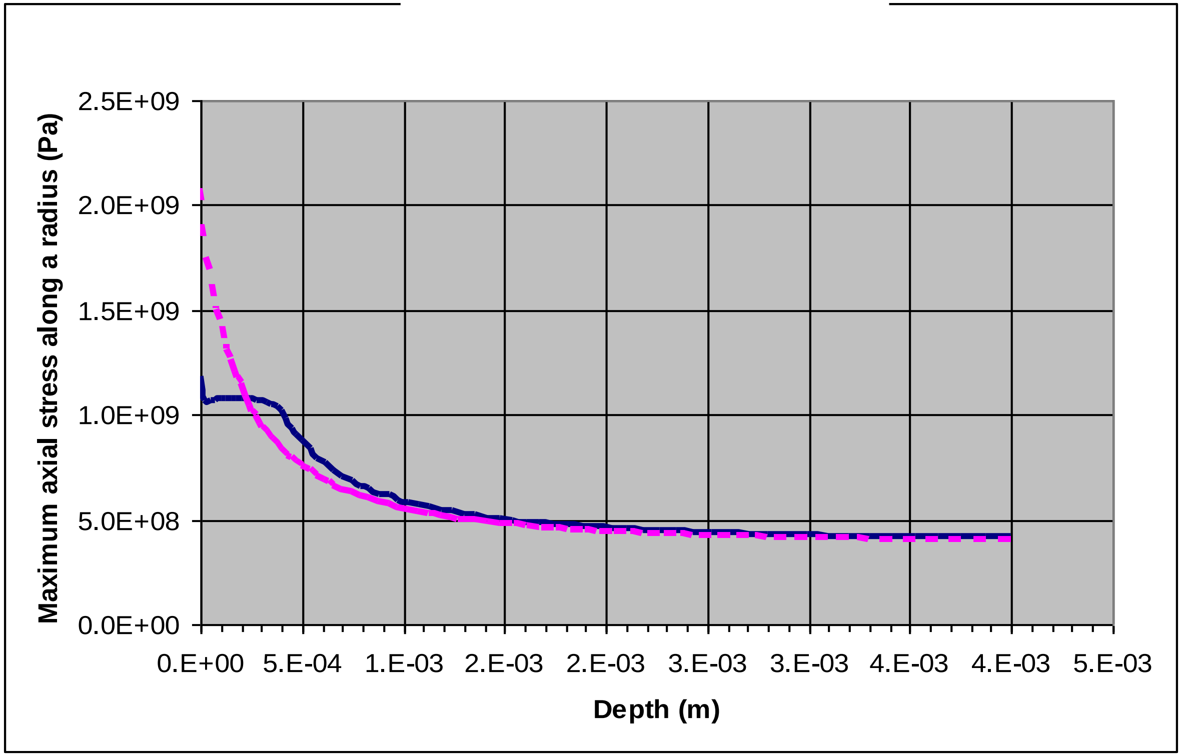


Kt = 3

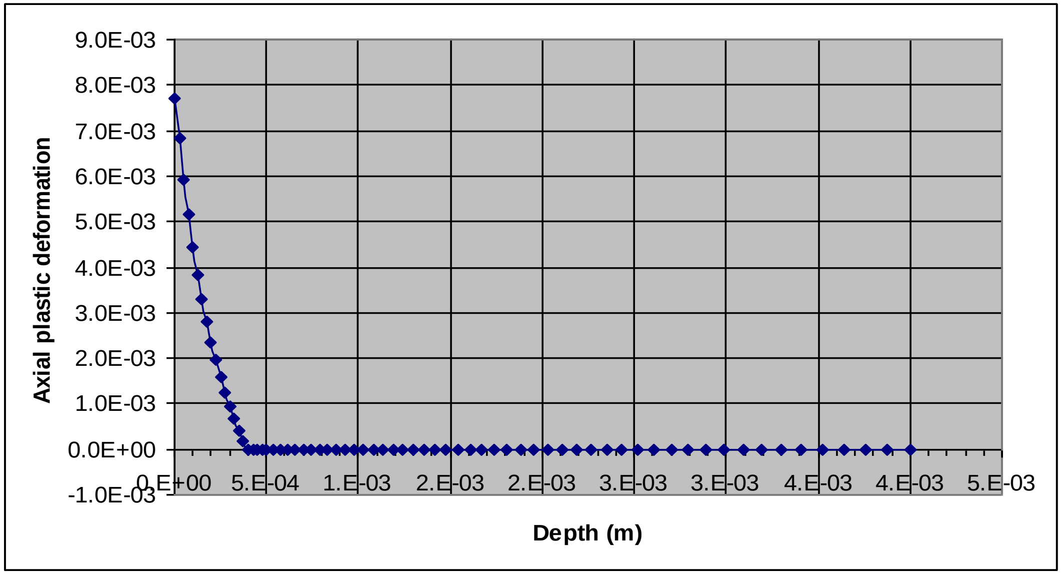
SIMULATIONS



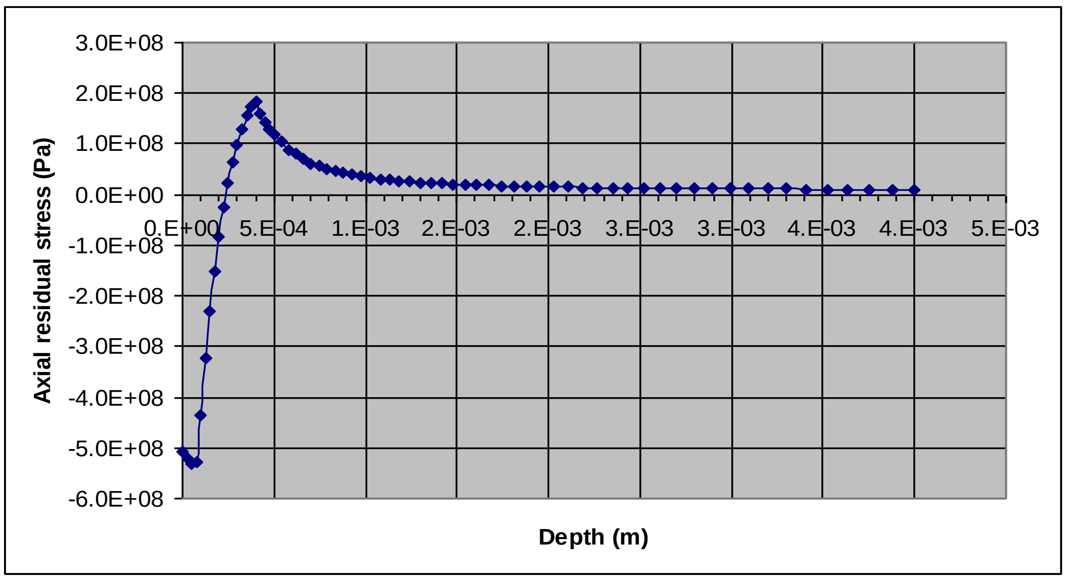
Contours of the axial stress in elasticity (σ_m=500MPa, σ_a=165MPa)



Elastic and elastoplastic axial stresses



Stabilized axial plastic deformations along a radius



Axial residual stresses after total unloading

Recall of the Dang Van criterion (1973,1995, …)

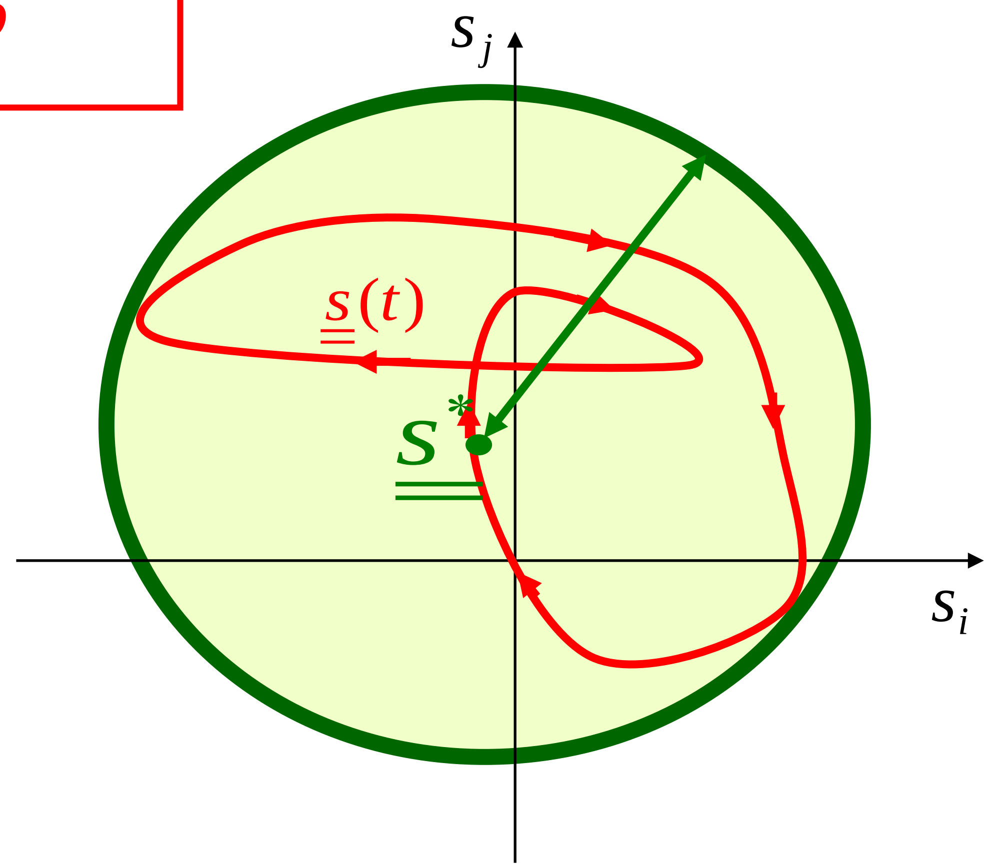
$$\boxed{\max_t \left\{ \tau(t) + a\,p(t) \right\} < b}$$

$$p(t) = \frac{1}{3}\,\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\sigma}}(t)\right)$$

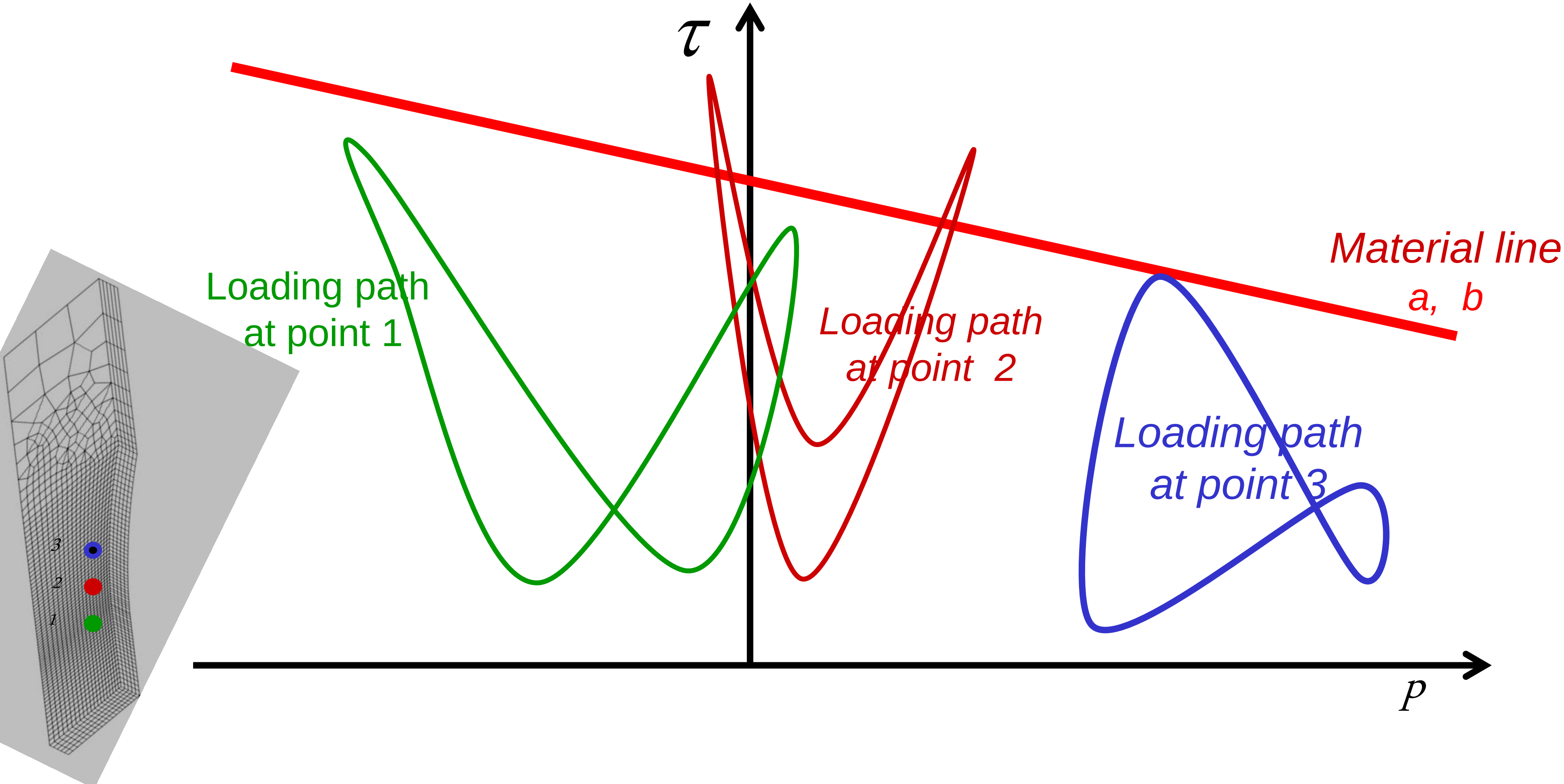
$$\underline{\tau}(t) = Tresca\left(\underline{\underline{s}}(t) - \underline{\underline{s}}^*\right)$$

$$\underline{\underline{s}}^* = \mathrm{Arg}\min_{\underline{\underline{s}}_1} \left\{ \max_{\mathrm{t}} \left\| \underline{\underline{s}}(t) - \underline{\underline{s}}_1 \right\| \right\}$$

a, b : material constants



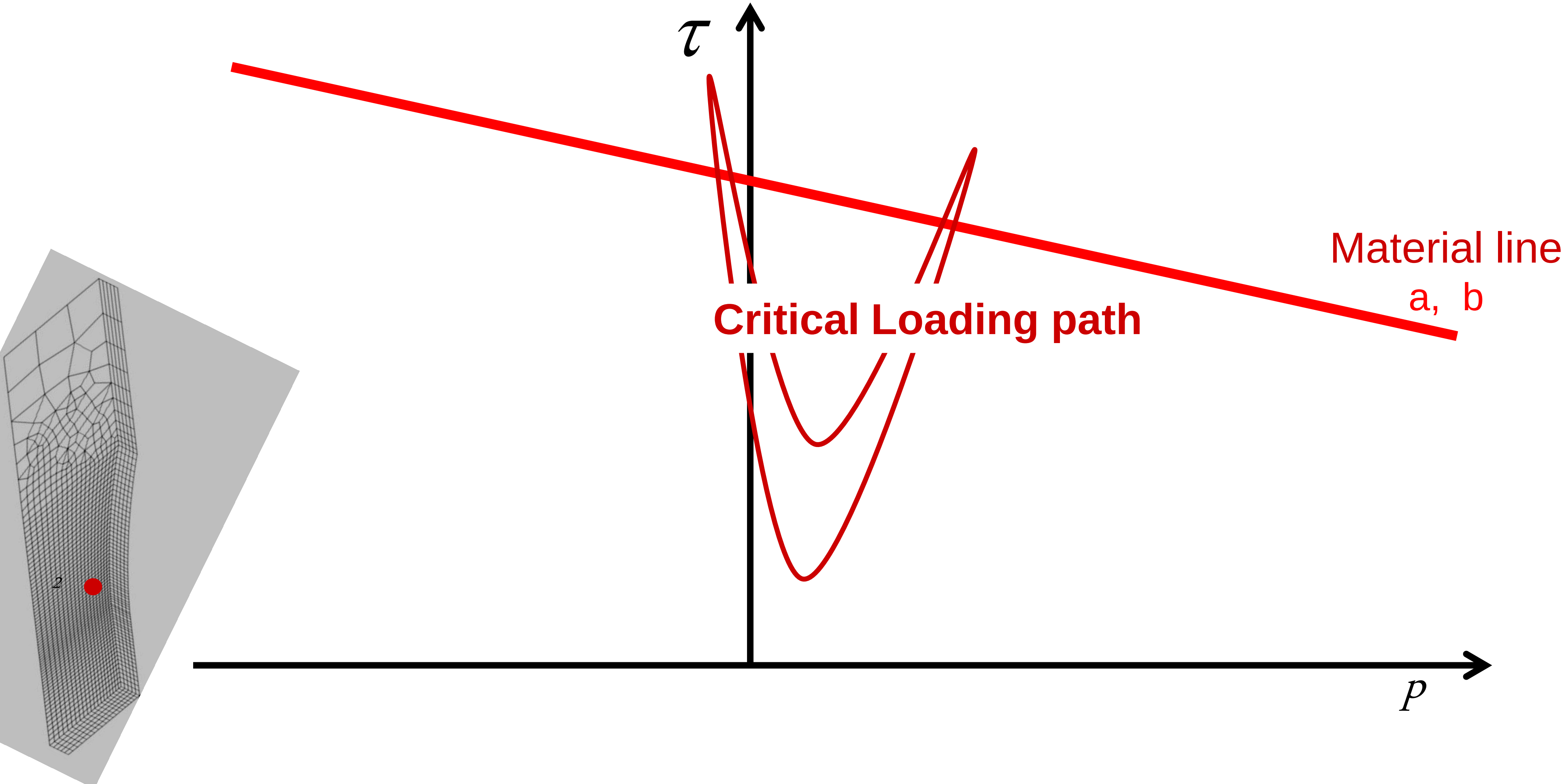
Classical representation : $\left(p(t), \tau(t)\right)$



These features are related to the REVf.

The material line is not known : our aim is to determine it

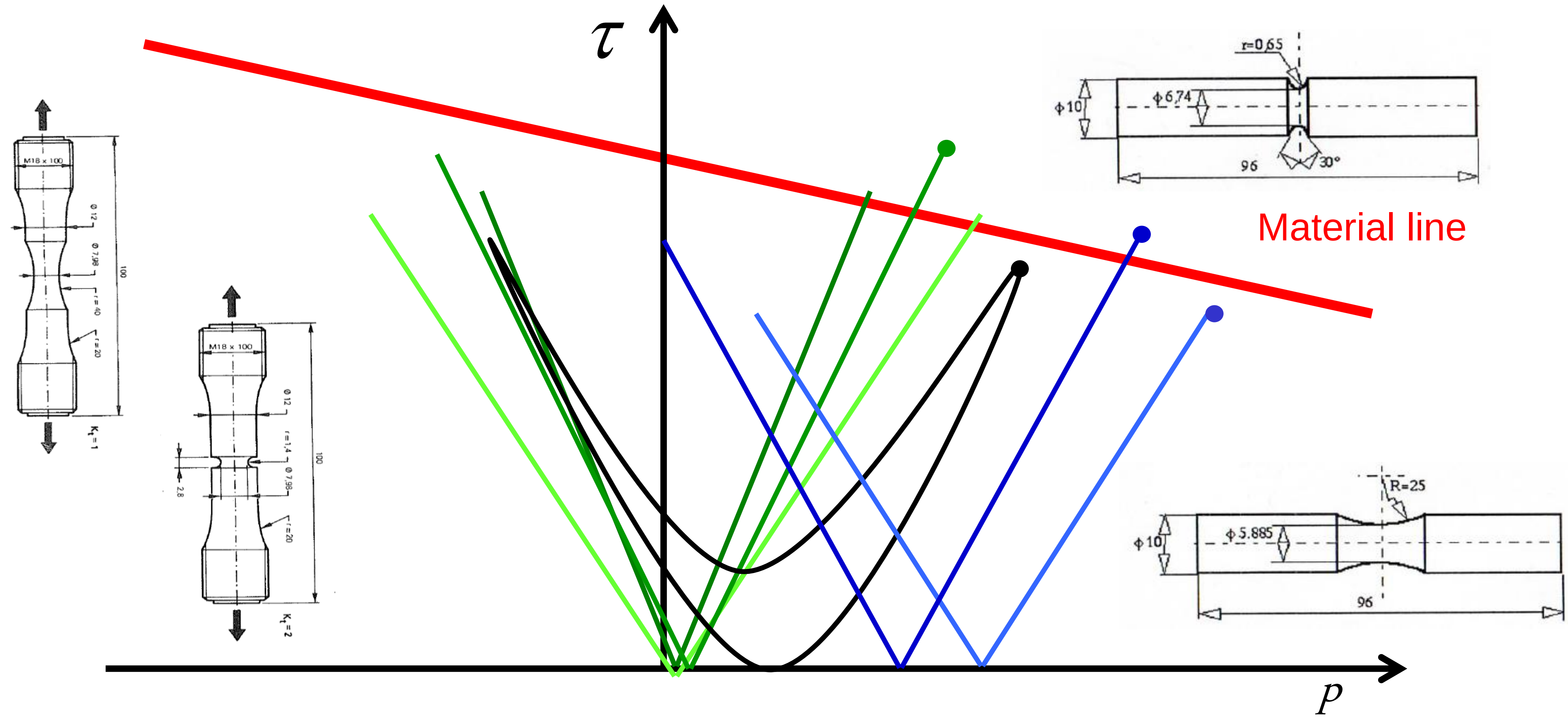
Classical representation : $\left(p(t), \tau(t) \right)$



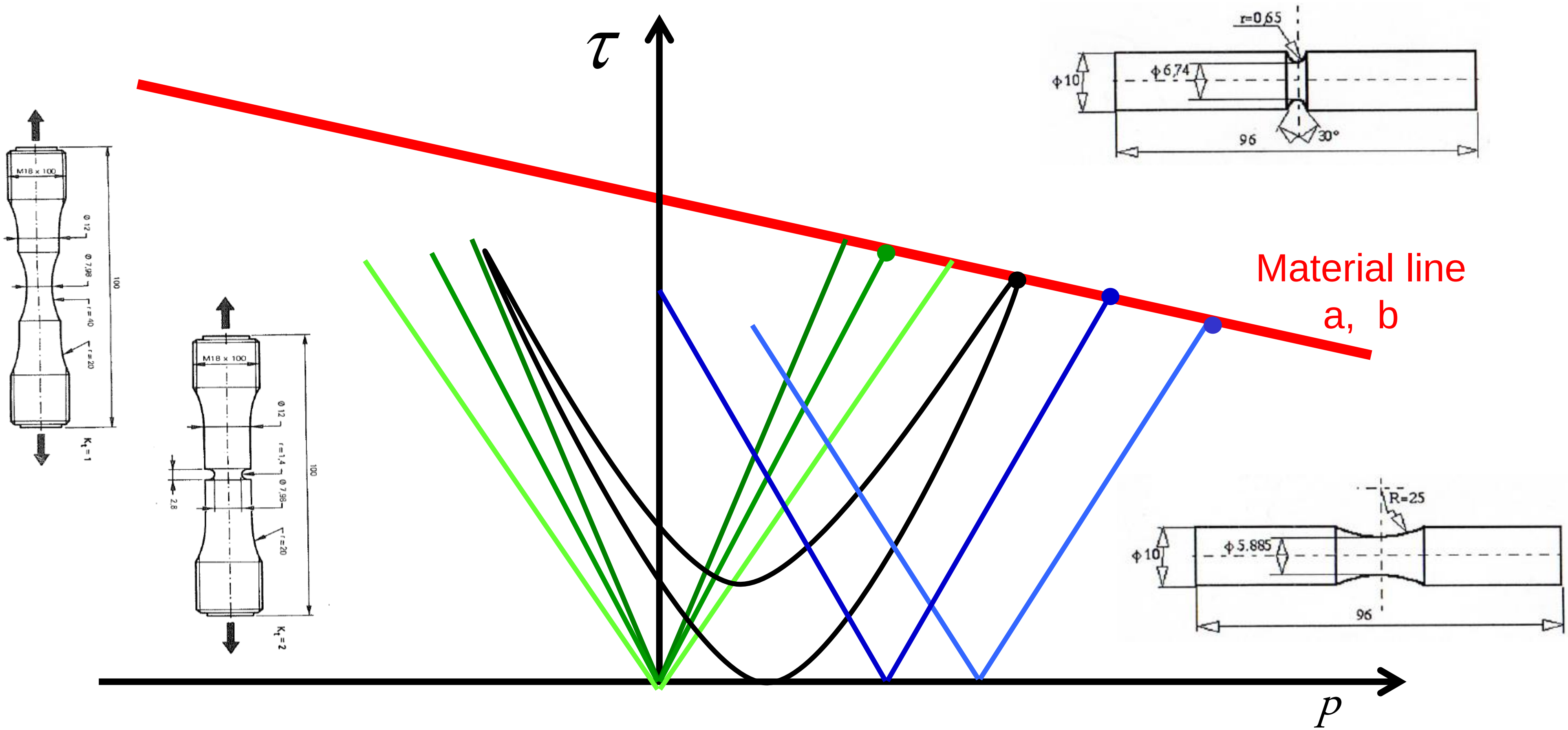
These features are related to the REV.

The material line is not known : our aim is to determine it

For a given averaging volume (VER), critical loading paths are plotted for all the tests

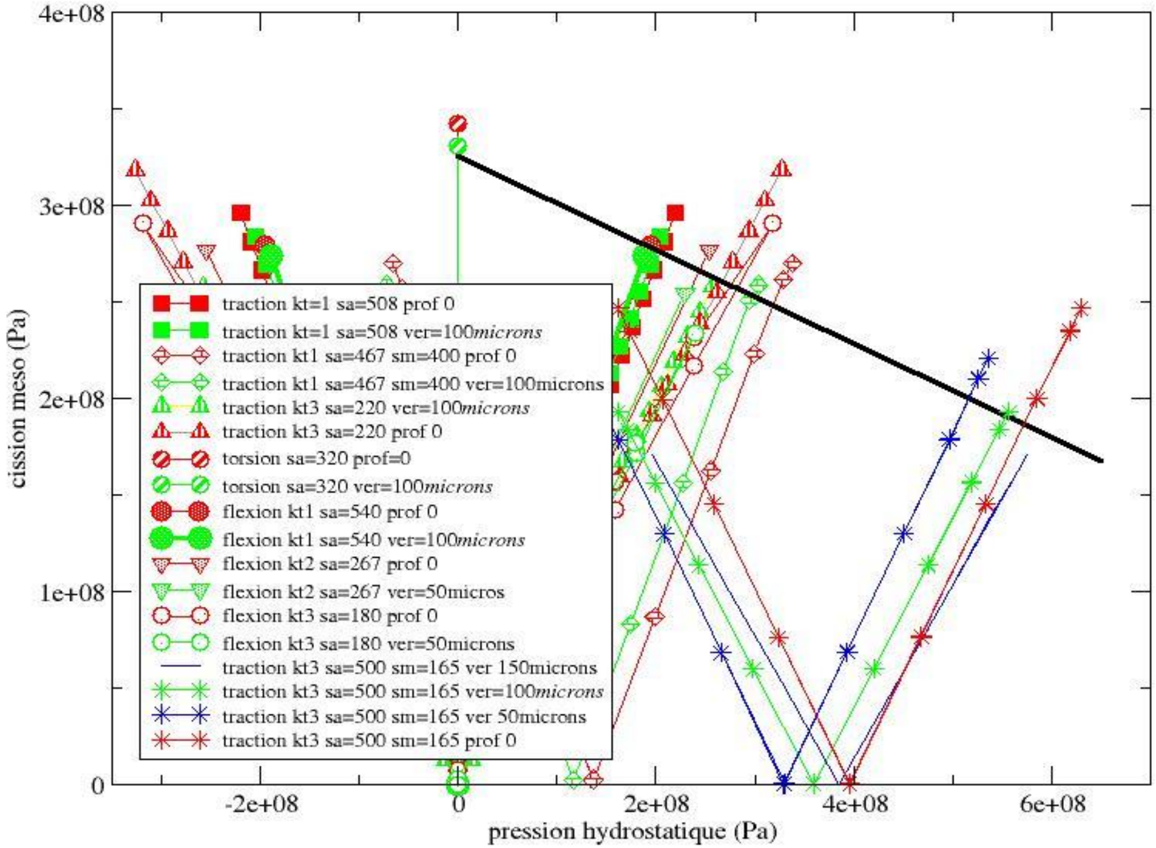


Dang Van representation



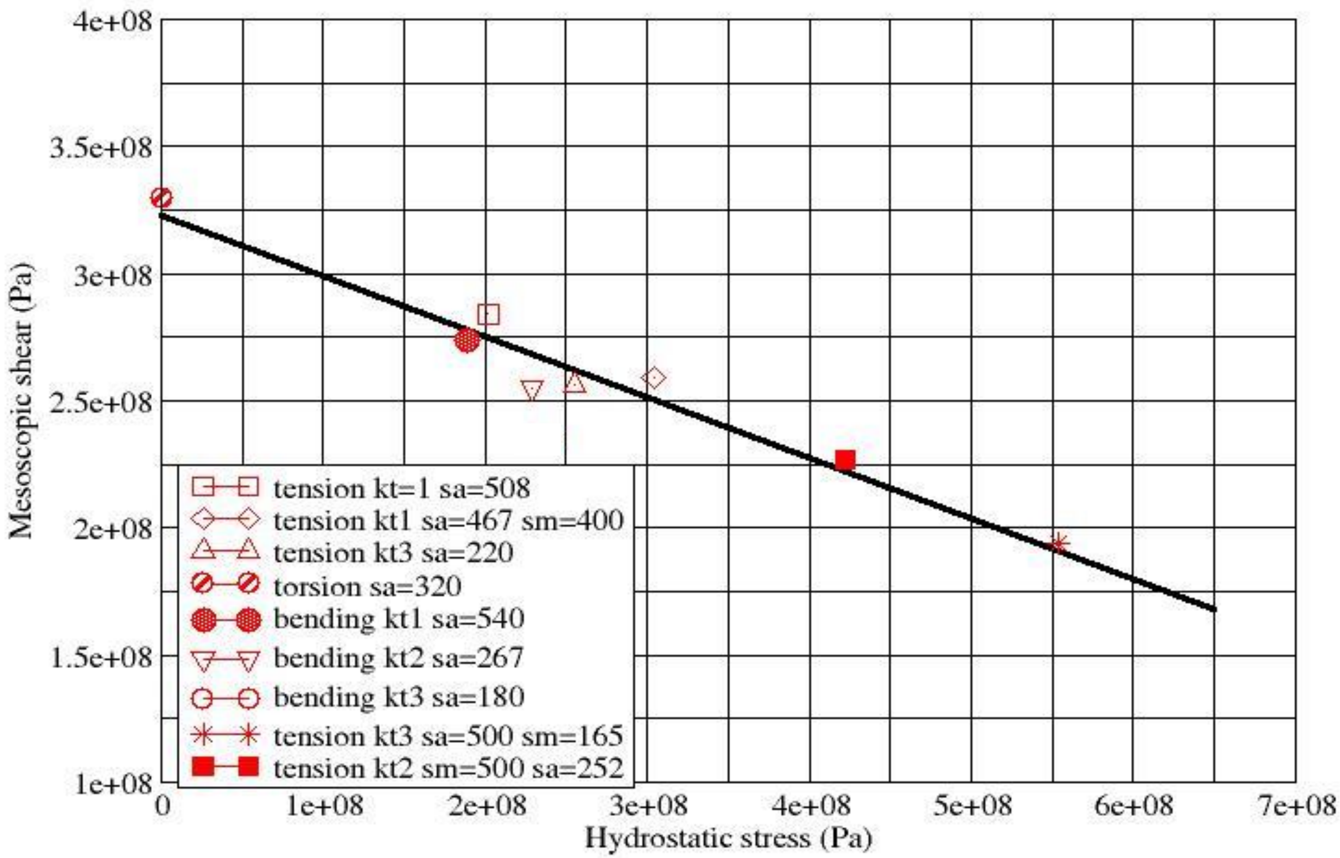
The extreme points of all the critical loading paths are aligned on the material line

RESULTS in (τ,p) diagrams



Each loading path represent the critical one for the corresponding test for a given critical volume

CRITICAL VOLUME



Limits points for the different loading paths in the (p,t) diagram, for the

critical volume = 100 microns^3

MERCI

DE VOTRE ATTENTION