



Calcul de distance géodésique avec la méthode Fast Marching Application à l'endommagement non local

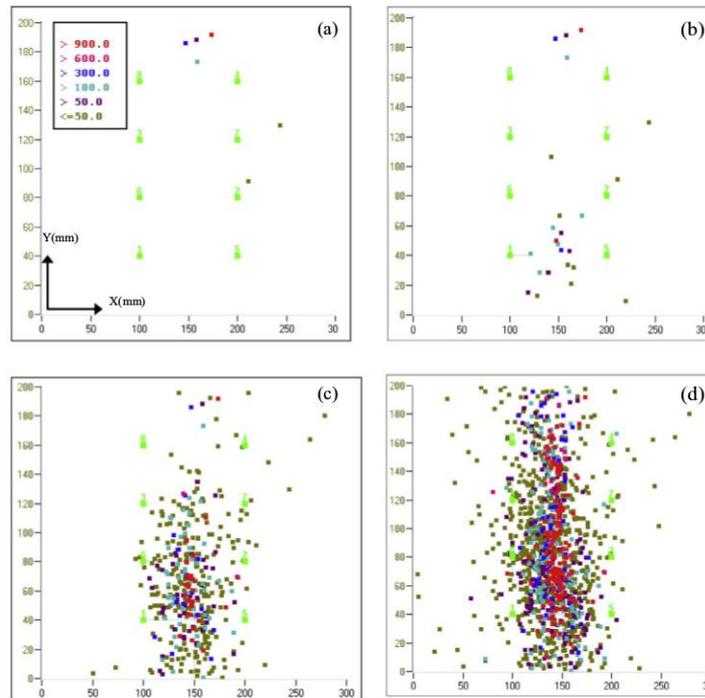
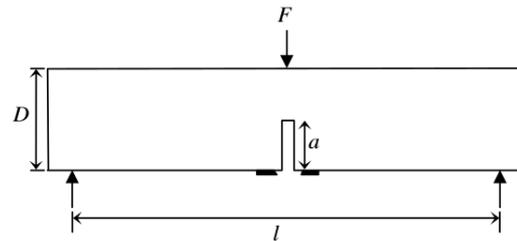
F. Thierry*, G. Rastiello**, C. Giry*, F. Gatuingt*

* LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay

** DEN, Service des études mécaniques et thermiques (SEMT), CEA, Université Paris-Saclay

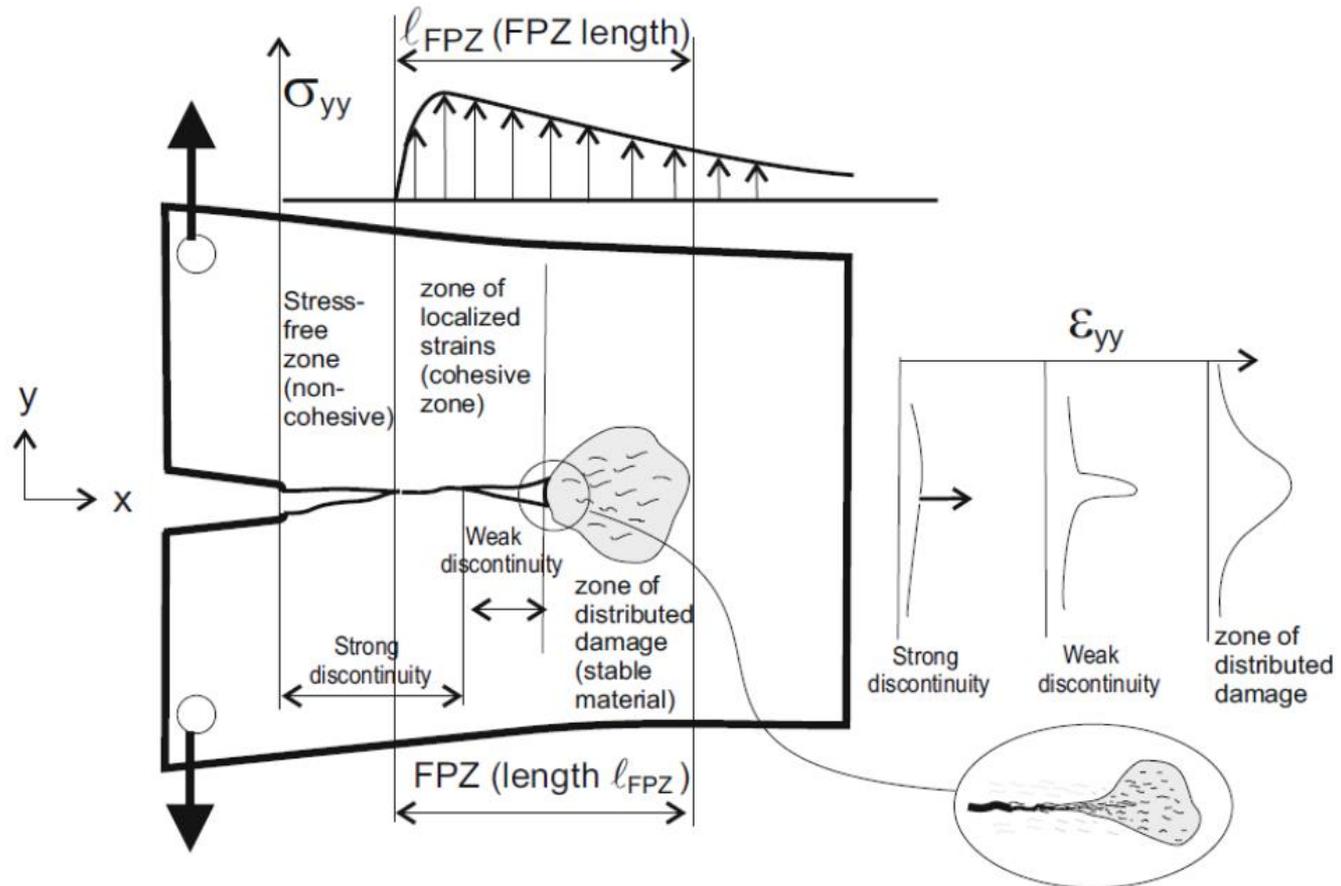


Endommagement dans les matériaux quasi-fragiles



Observation par mesures ultrasonores du développement de la FPZ
[Alan et al., 2014]

Endommagement dans les matériaux quasi-fragiles

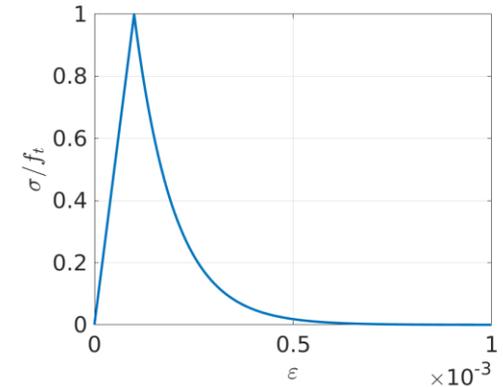


Description de la Fracture Process Zone (FPZ) pour les matériaux quasi-fragiles
[Huespe et Oliver, 2011]

Modélisation de la Fracture Process Zone

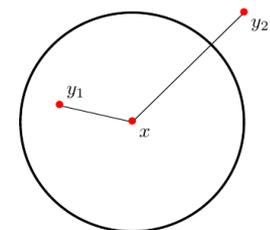
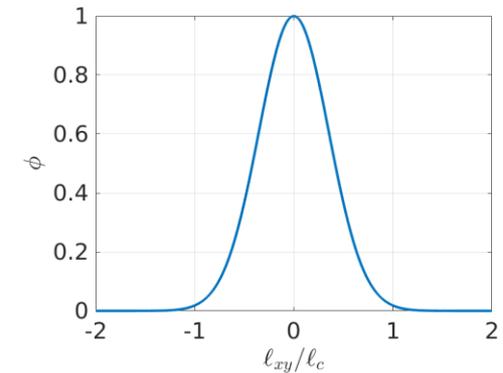
Modèle d'endommagement local :

- $\sigma(x) = (1 - D(x))E\varepsilon(x)$
- $D(x) = g(\varepsilon_{eq}(x))$
- $\varepsilon_{eq}(x) = |\varepsilon(x)|$

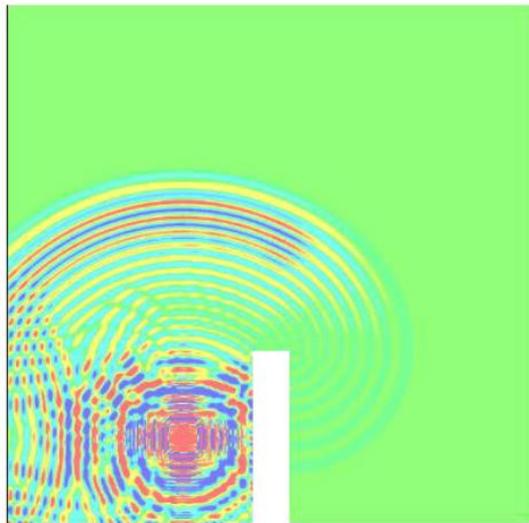
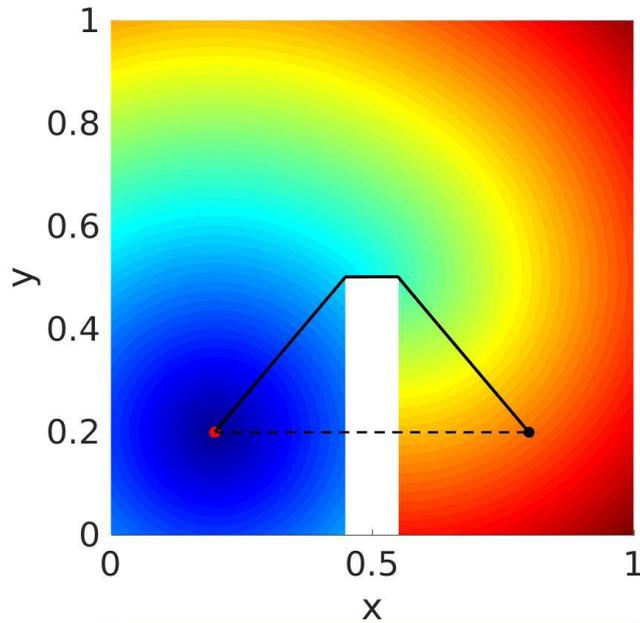


Modèle d'endommagement non local :

- $\sigma(x) = (1 - D(x))E\varepsilon(x)$
- $D(x) = g(\varepsilon_{eq}^{nl}(x))$
- $\varepsilon_{eq}^{nl}(x) = \frac{1}{V(x)} \int_V \phi(l_{xy})\varepsilon(y)dy$



Formulation Eikonal Non Local (ENL)



Temps de propagation d'ondes élastiques



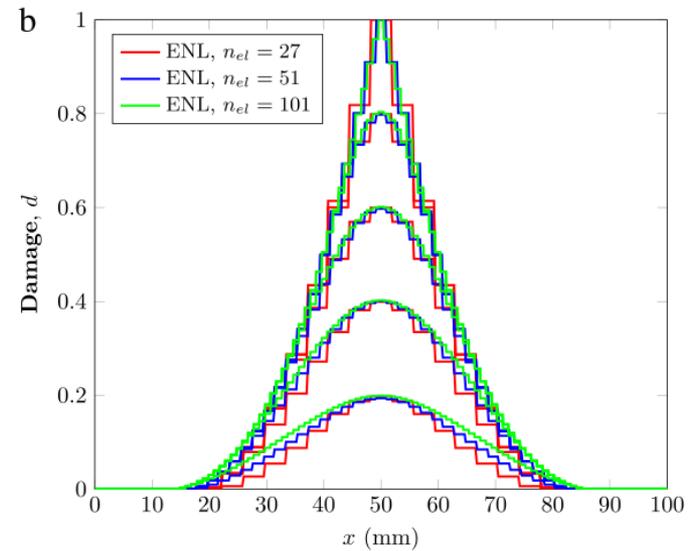
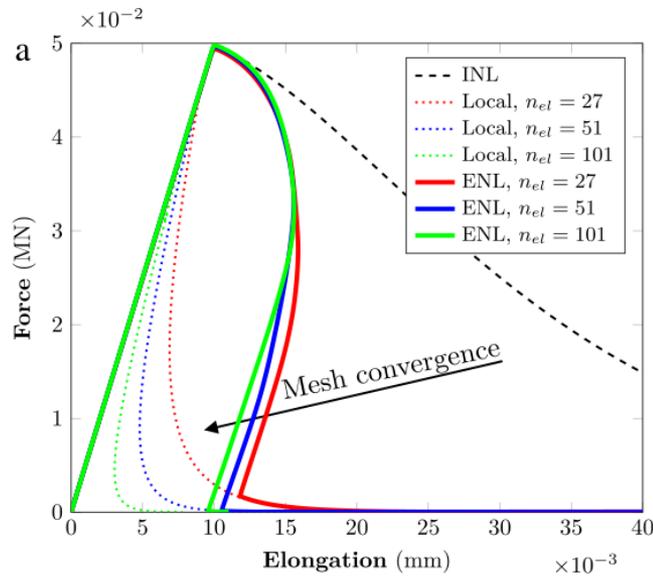
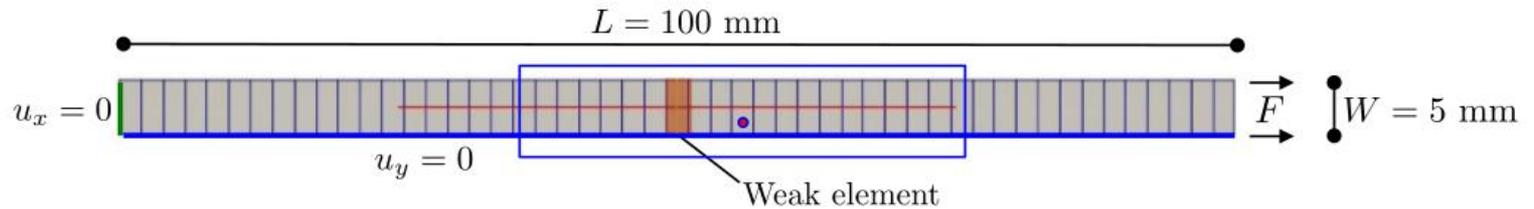
Équation eikonal sur la distance
[Desmorat et al., EFM, 2015]
[Rastiello et al., CMAME, 2018]

$$\|\nabla \ell_x(y)\| = \frac{1}{\sqrt{1 - D(y)}}$$



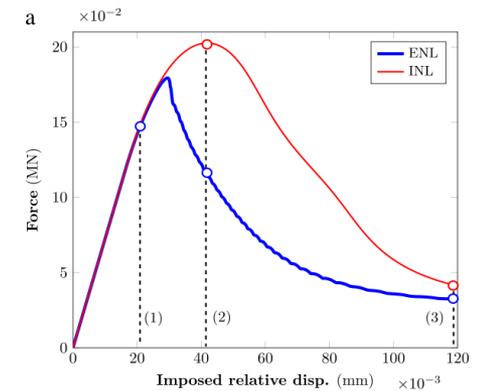
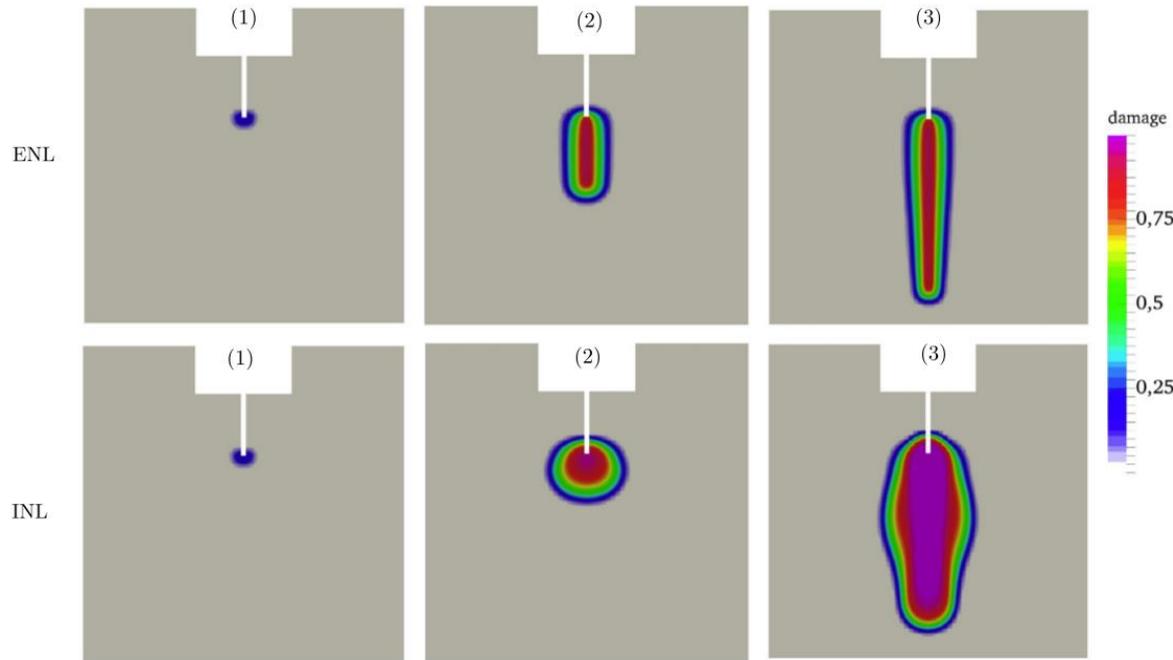
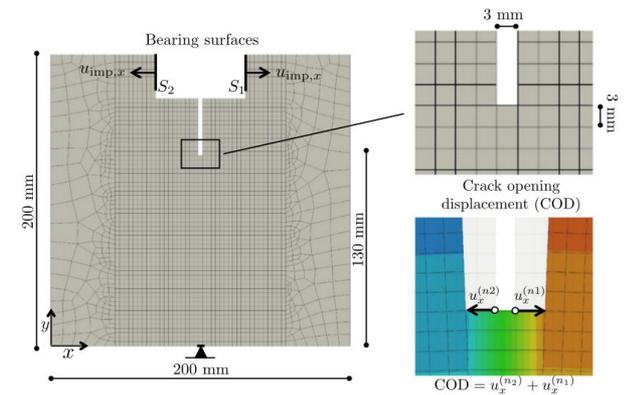
Résolution Fast Marching
[Sethian, PNAS, 1996]

Premiers résultats numériques



Régularisation [Rastiello et al., CMAME, 2018]

Premiers résultats numériques



Évolution de l'endommagement pour les formulations INL et ENL [Rastiello et al., 2018]

Plan

1. Méthode Fast Marching

- Algorithme
- Résultats et validation

2. Opérateur de calcul dans Cast3M

- Opérateur
- Préparation du calcul Fast Marching
- Résultats et validation

3. Couplage au calcul non local dans Cast3M

- Couplage avec NLOC

4. Conclusion / Exemple

Plan

1. Méthode Fast Marching

- Algorithme
- Résultats et validation

2. Opérateur de calcul dans Cast3M

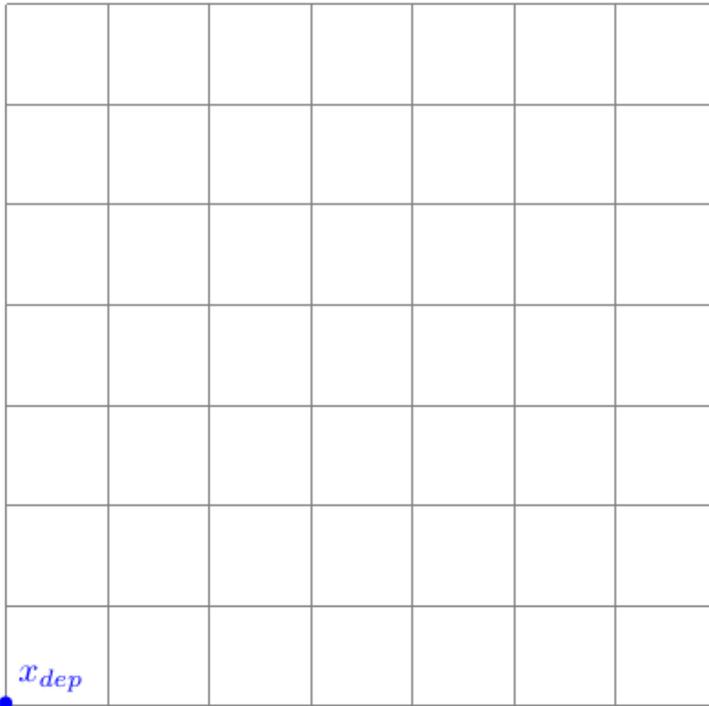
- Opérateur
- Préparation du calcul Fast Marching
- Résultats et validation

3. Couplage au calcul non local dans Cast3M

- Couplage avec NLOC

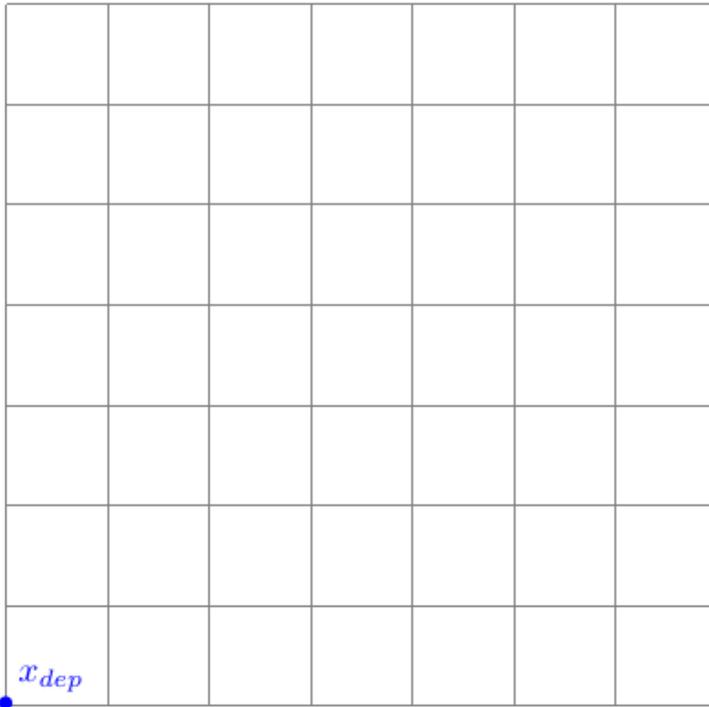
4. Conclusion / Exemple

Algorithme Fast Marching



Algorithme :

Algorithme Fast Marching

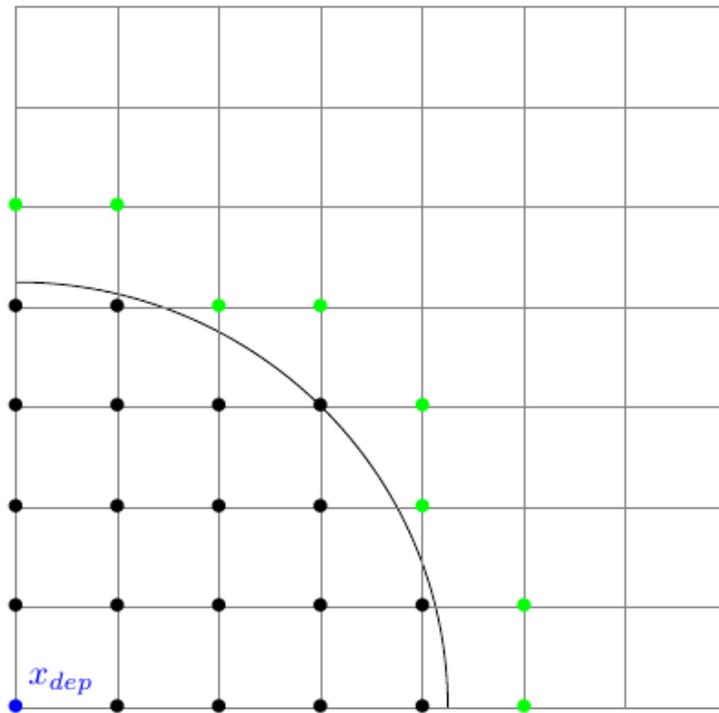


Algorithme : [Sethian, 1996]

- **Initialisation**

$$\begin{cases} Connus = \phi \\ Front = \{x_{dep}\} \end{cases}$$

Algorithme Fast Marching



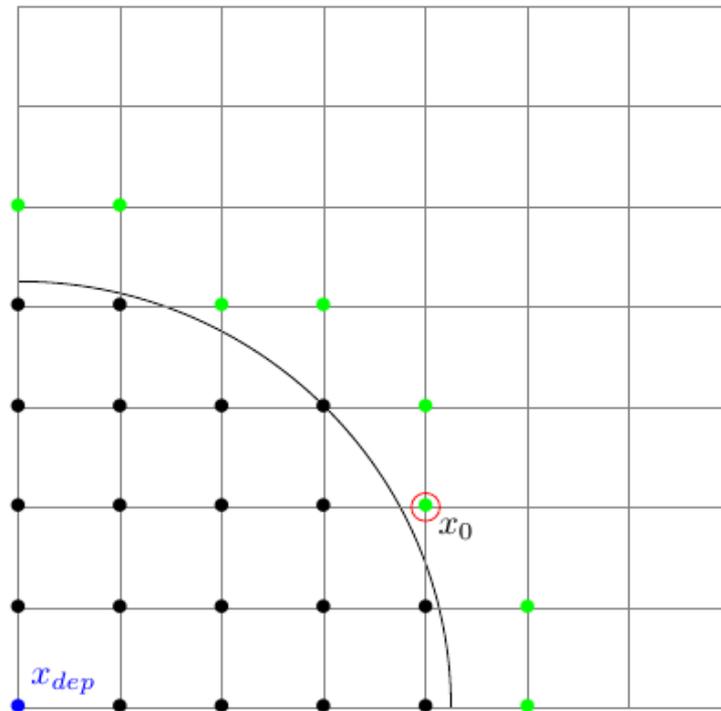
Algorithme : [Sethian, 1996]

- **Initialisation**

$$\begin{cases} Connus = \phi \\ Front = \{x_{dep}\} \end{cases}$$

- **Tant que** $Front \neq \phi$

Algorithme Fast Marching



Algorithme : [Sethian, 1996]

○ Initialisation

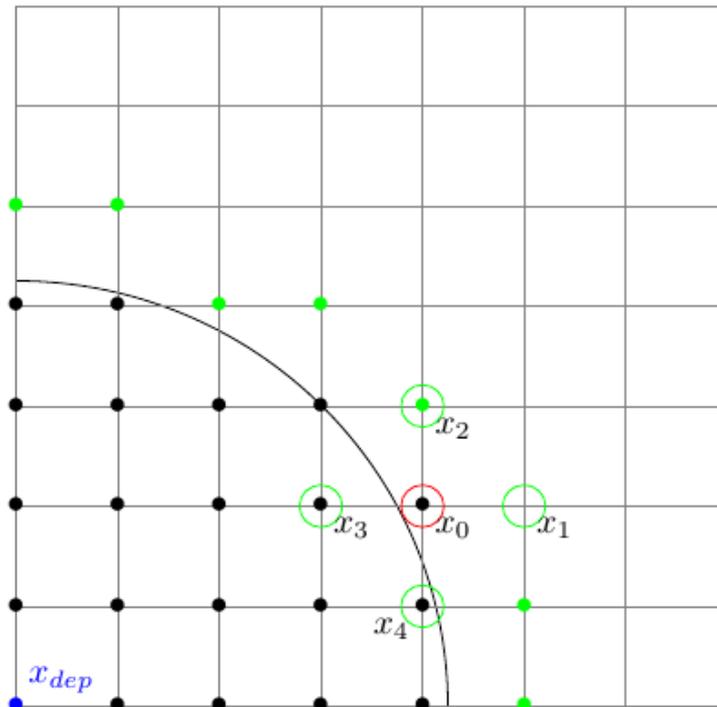
$$\begin{cases} Connus = \phi \\ Front = \{x_{dep}\} \end{cases}$$

○ Tant que $Front \neq \phi$

- Extraction du minimum

$$\begin{cases} x_0 = \operatorname{argmin} \{\ell(x), x \in Front\} \\ x_0 \rightarrow Connus \end{cases}$$

Algorithme Fast Marching



Algorithme : [Sethian, 1996]

○ Initialisation

$$\begin{cases} Connus = \phi \\ Front = \{x_{dep}\} \end{cases}$$

○ Tant que $Front \neq \phi$

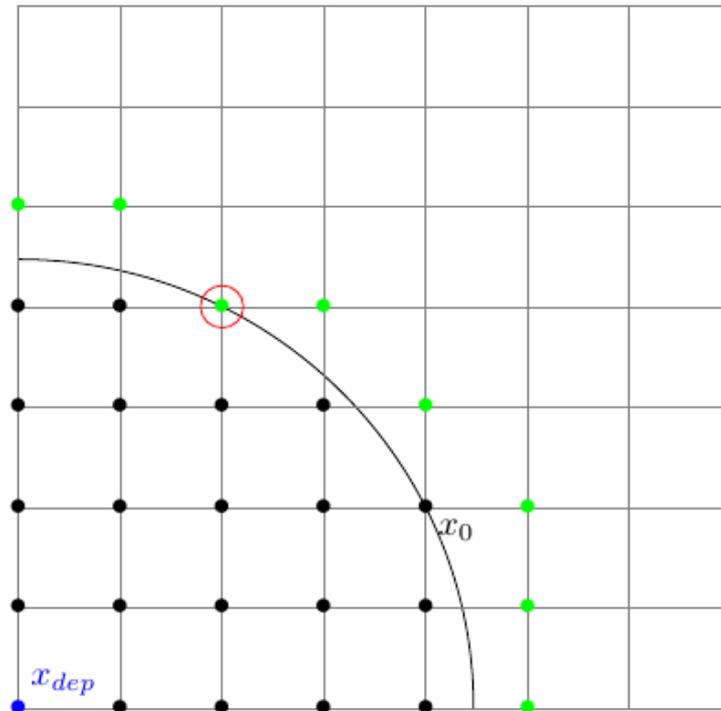
- Extraction du minimum

$$\begin{cases} x_0 = \operatorname{argmin} \{ \ell(x), x \in Front \} \\ x_0 \rightarrow Connus \end{cases}$$

- Pour chaque voisin

$$\begin{cases} \text{Calculer } \ell(x_i) \text{ si } x_i \notin Connus \\ \ell(x_i) = \min \ell(x_i), \text{ si } x_i \in Front \end{cases}$$

Algorithme Fast Marching



Algorithme : [Sethian, 1996]

○ Initialisation

$$\begin{cases} Connus = \phi \\ Front = \{x_{dep}\} \end{cases}$$

○ Tant que $Front \neq \phi$

- Extraction du minimum

$$\begin{cases} x_0 = \operatorname{argmin} \{ \ell(x), x \in Front \} \\ x_0 \rightarrow Connus \end{cases}$$

- Pour chaque voisin

$$\begin{cases} \text{Calculer } \ell(x_i) \text{ si } x_i \notin Connus \\ \ell(x_i) = \min \ell(x_i), \text{ si } x_i \in Front \end{cases}$$

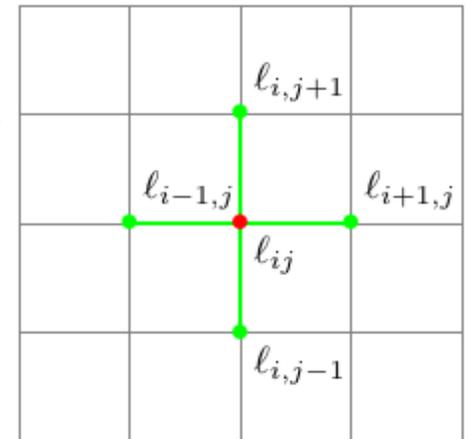
Approximation des distances : grille régulière

$$\|\nabla l_{ij}\|^2 \approx \left[\max \{ D_{ij}^{-i} l, D_{ij}^{+i} l, 0 \}^2 + \max \{ D_{ij}^{-j} l, D_{ij}^{+j} l, 0 \}^2 \right] = W_{ij}^2$$

Approximation à l'ordre 1 :

$$D_{ij}^{-i} l = \frac{l_{ij} - l_{i-1,j}}{h}, \quad D_{ij}^{+i} l = \frac{l_{i+1,j} - l_{ij}}{h}$$

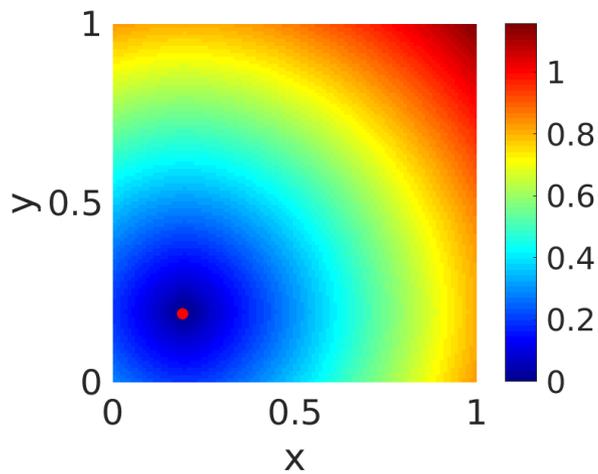
$$(l_{ij} - l_H)^2 + (l_{ij} - l_V)^2 = h^2 W_{ij}^2$$



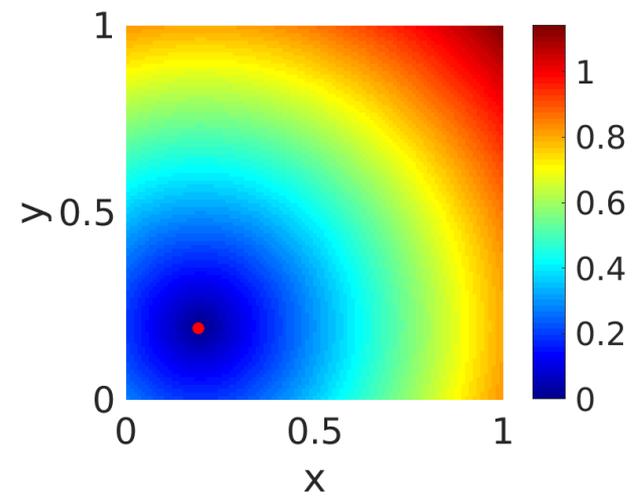
Remarques :

- Approximation à l'ordre 2
- Métrique anisotrope
- Approximation sur grilles triangulaire

Validation



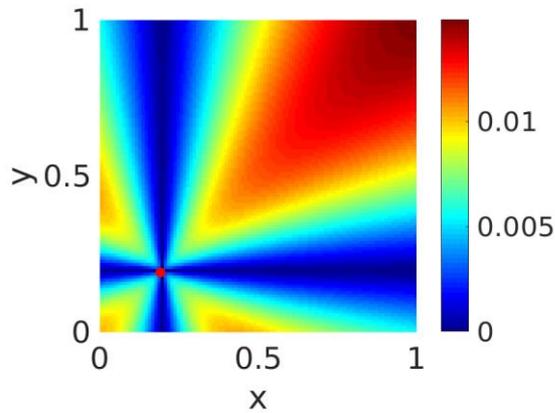
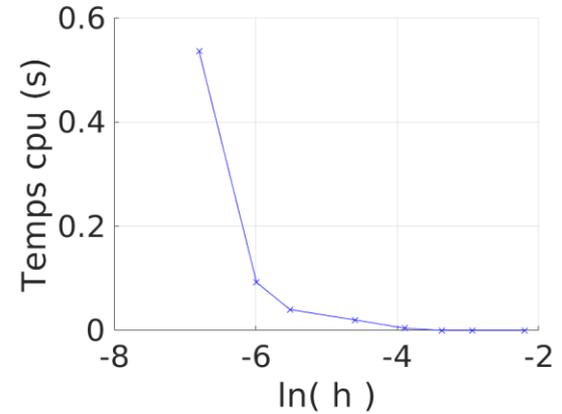
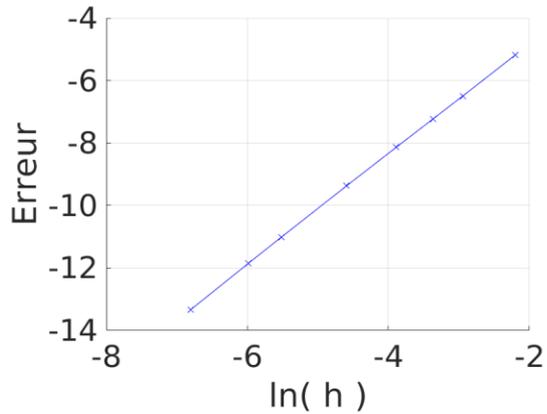
Solution numérique



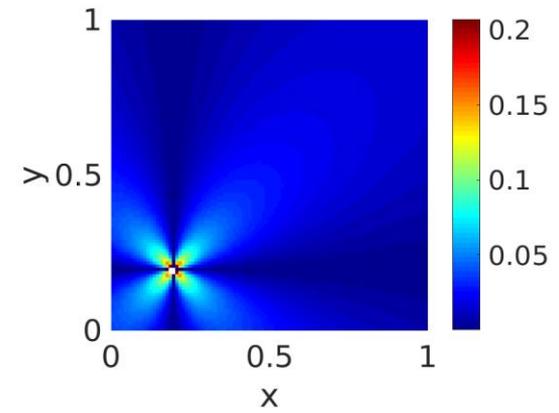
Solution théorique

Validation

$$\epsilon_{L_2} = \sqrt{\int_{\Omega} (\ell(x) - \ell_{th}(x))^2 dx}$$

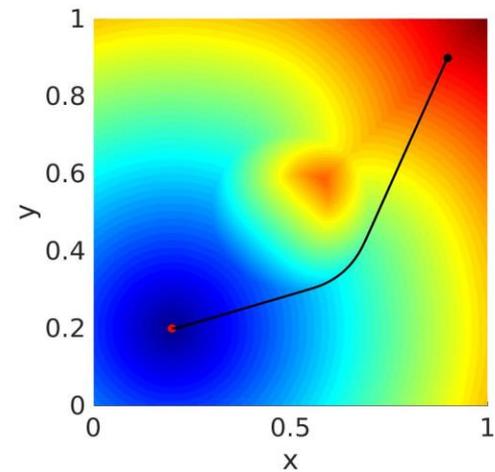
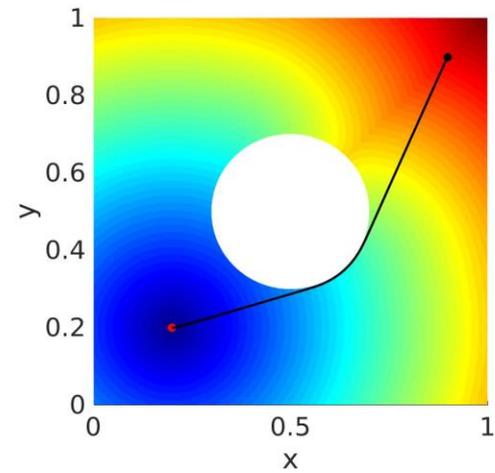
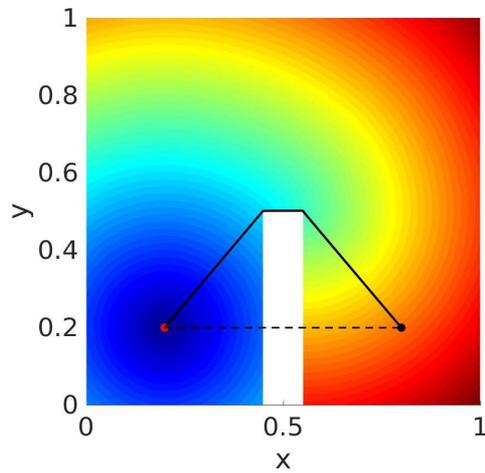


Erreur absolue



Erreur relative

Exemple d'application – Carte des distances



Inclusion circulaire avec $D = 0.8$

$$\|\nabla \ell_x(y)\| = \frac{1}{\sqrt{1 - D(y)}}$$



1. Méthode Fast Marching

- Algorithme
- Résultats et validation

2. Opérateur de calcul dans Cast3M

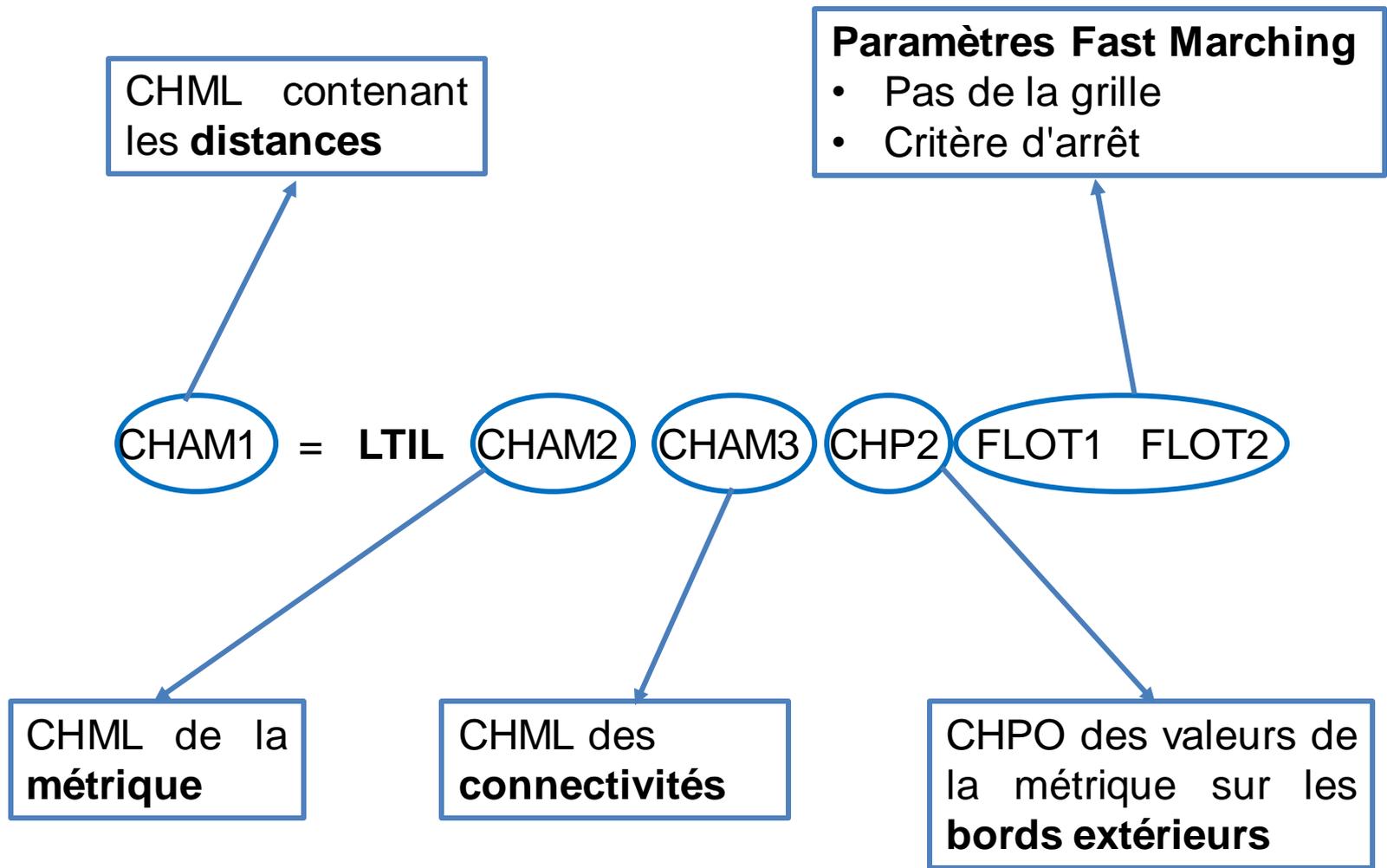
- Opérateur
- Préparation du calcul Fast Marching
- Résultats et validation

3. Couplage au calcul non local dans Cast3M

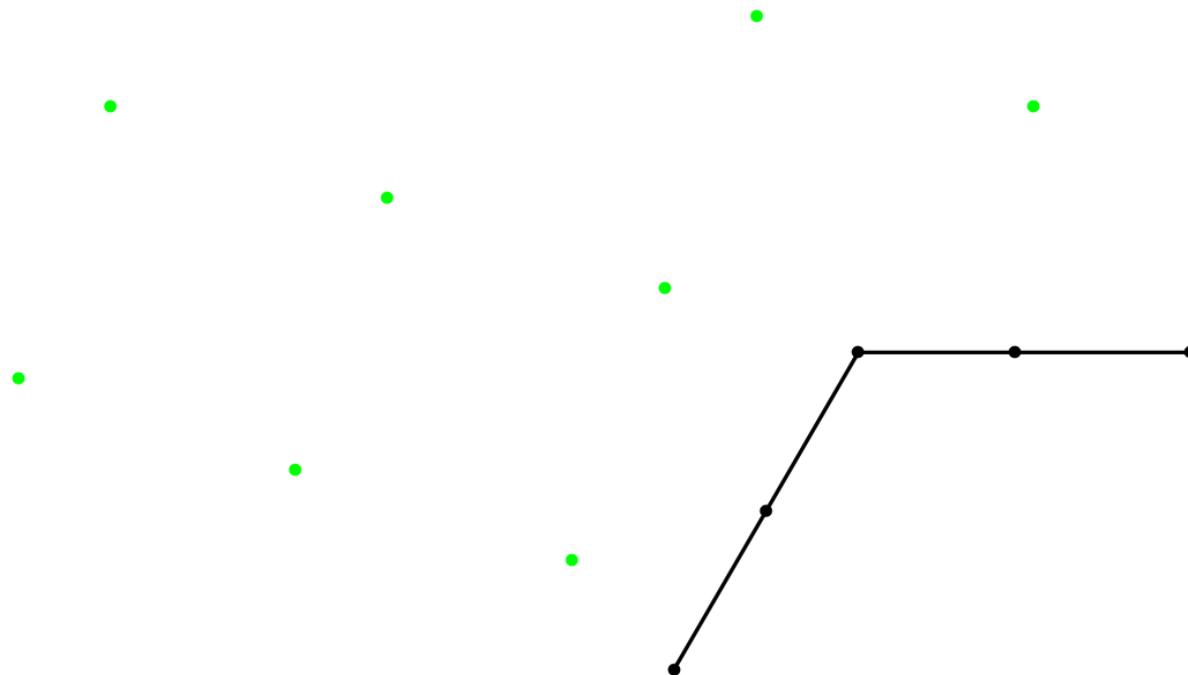
- Couplage avec NLOC

4. Conclusion / Exemple

Opérateur de calcul

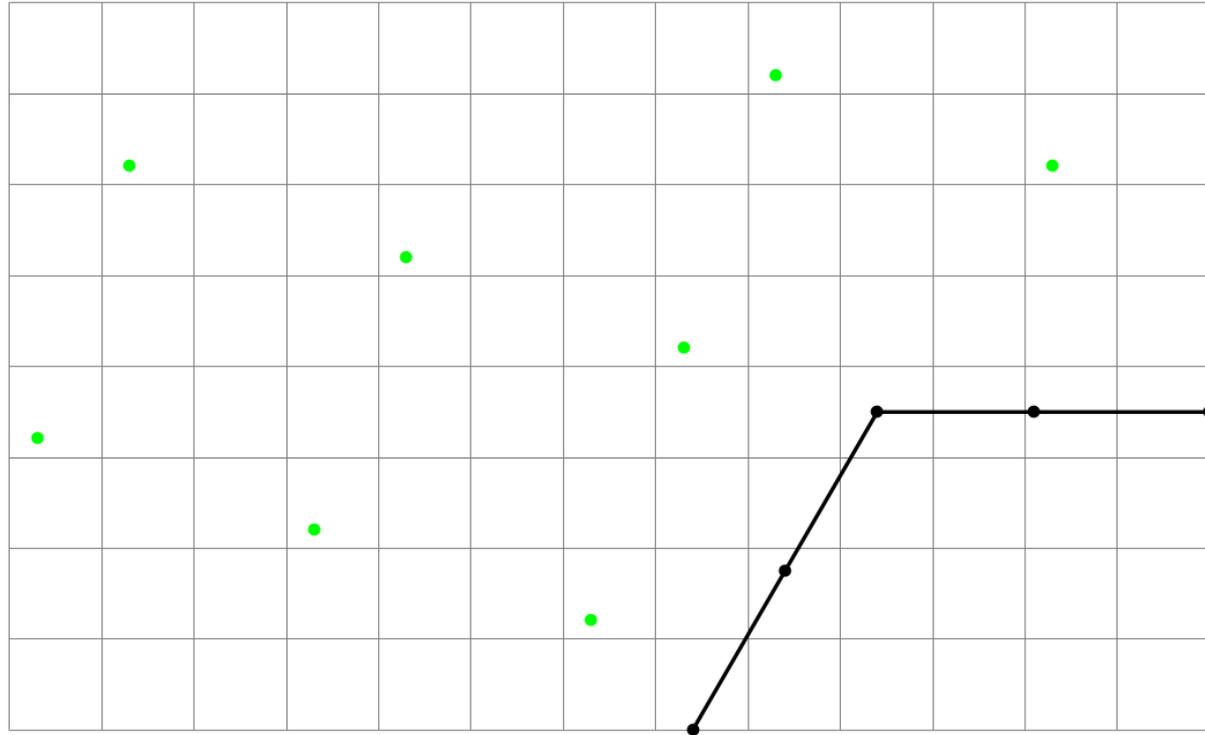


Projection de la métrique



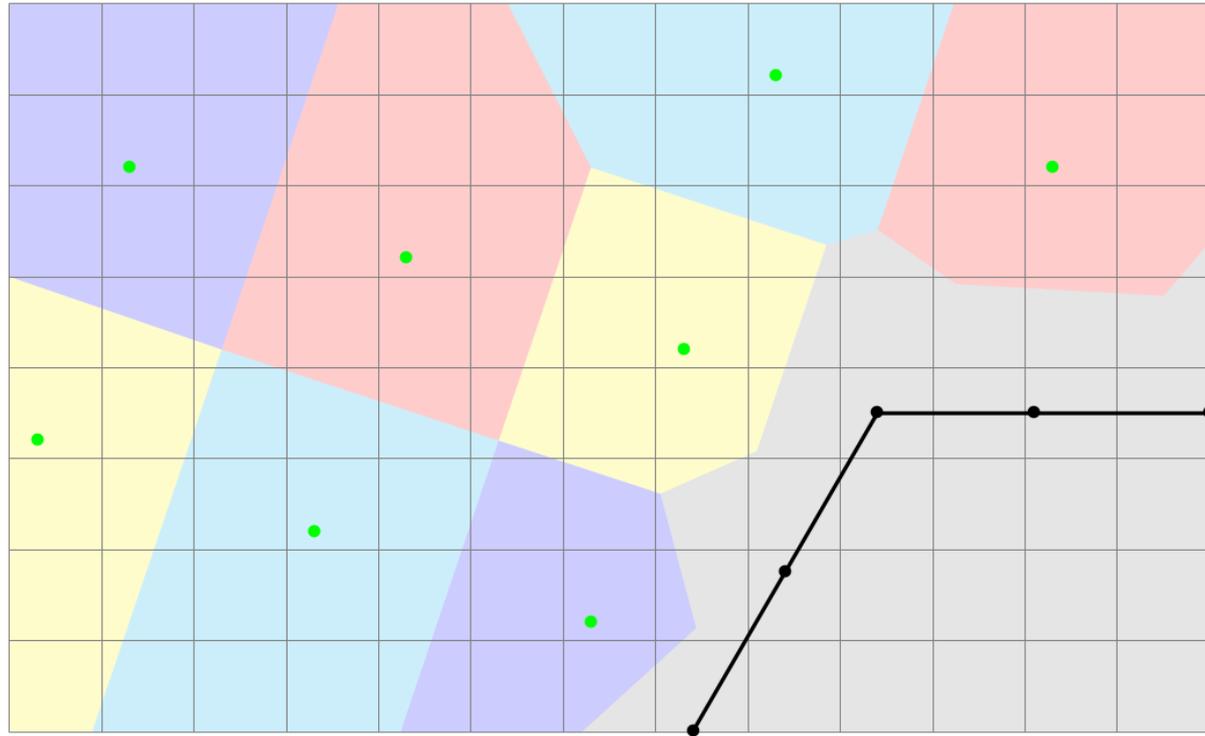
Nuage de point de Gauss et points du bord

Projection de la métrique



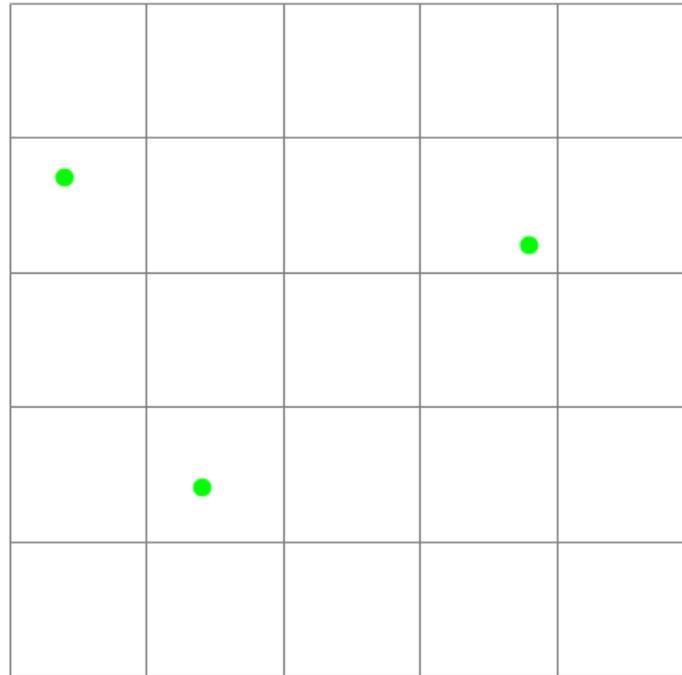
Nuage de point de Gauss et points du bord

Projection de la métrique

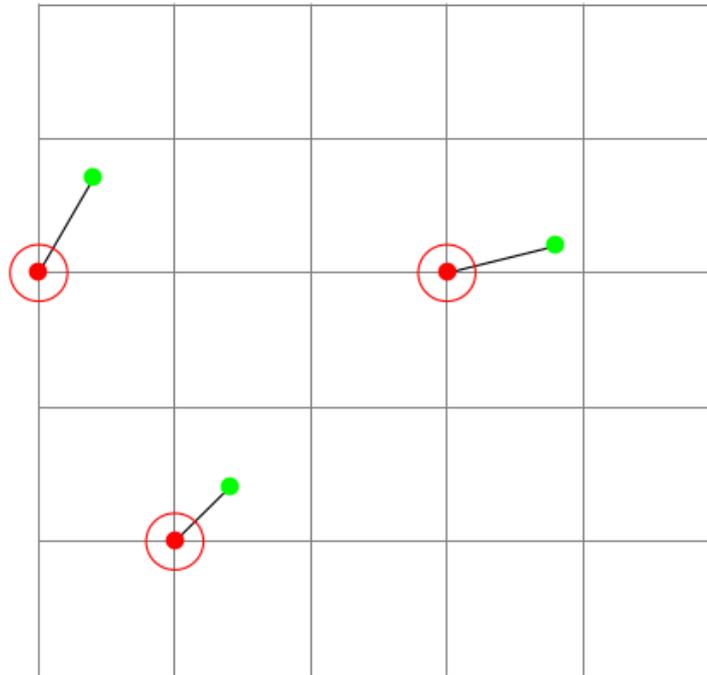


Nuage de point de Gauss et points du bord

Récupération des distances aux points de Gauss

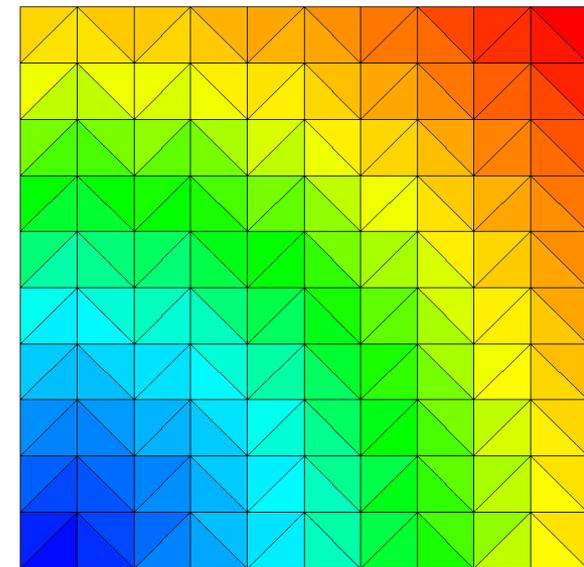
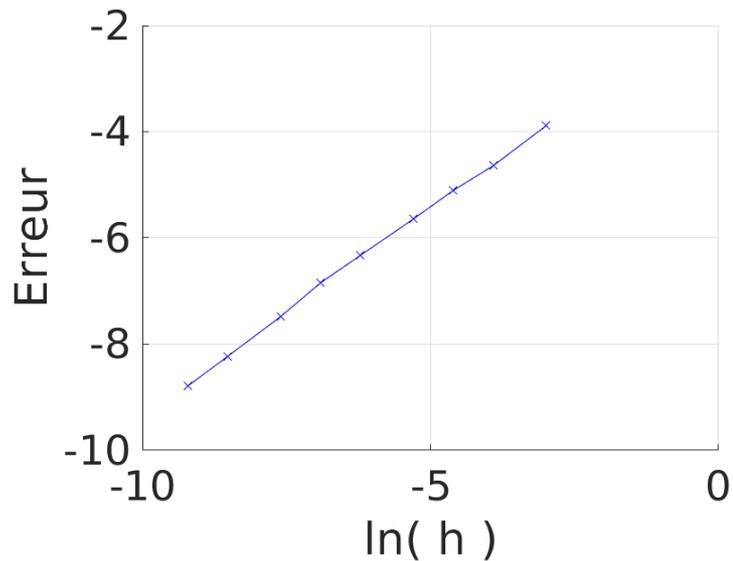


Récupération des distances aux points de Gauss



Validation

- Définition de la métrique uniforme aux points de Gauss
- Calcul Fast Marching sur une grille régulière
- Calcul de l'erreur aux points de Gauss



Carte des distances avec des éléments tri3



1. Méthode Fast Marching

- Algorithme
- Résultats et validation

2. Opérateur de calcul dans Cast3M

- Opérateur
- Préparation du calcul Fast Marching
- Résultats et validation

3. Couplage au calcul non local dans Cast3M

- Couplage avec NLOC

4. Conclusion / Exemple

Algorithme pour la formulation ENL

Algorithme Éléments Finis :

- Boucle sur les pas de chargement
 1. Prédiction du déplacement
 2. Boucle sur les points de Gauss
 - Loi de comportement **locale**
 3. Boucle sur les points de Gauss
 - Calcul non local
 - Loi de comportement **non locale**
 4. Intégration des contraintes
 5. Vérification de l'équilibre
 - Retour à l'étape 1 si nécessaire

Calcul FMM à l'itération 1 (Pour chaque point de Gauss)

$$\varepsilon_{eq}^{nl}(x) = \frac{1}{V(x)} \int_V \phi(\ell_{xy}) \varepsilon(y) dy$$

Transmission des distances au calcul non local

Transmission des distances à l'opérateur NLOC

Dans la procédure **UNPAS** :

ZVARN = NLOC ZVARF WTAB.'CONN' ;

Nouvelles variables internes

Variables internes précédentes

Transmission des **distances** :

ZVARF = ZVARF ET CHAM1;

CHAM1



Pointeurs
MELVAL



1. Méthode Fast Marching

- Algorithme
- Résultats et validation

2. Opérateur de calcul dans Cast3M

- Opérateur
- Préparation du calcul Fast Marching
- Résultats et validation

3. Couplage au calcul non local dans Cast3M

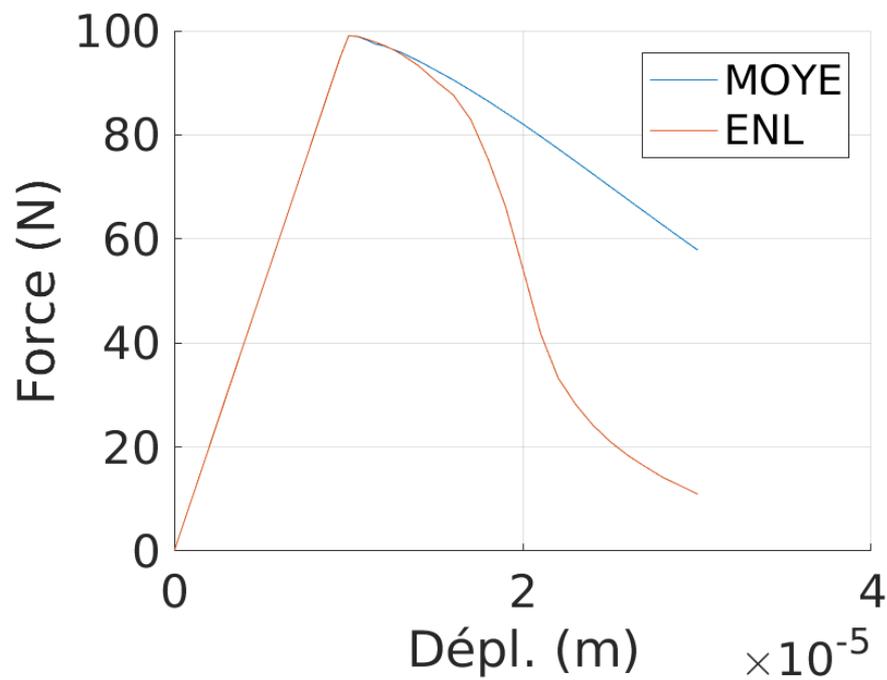
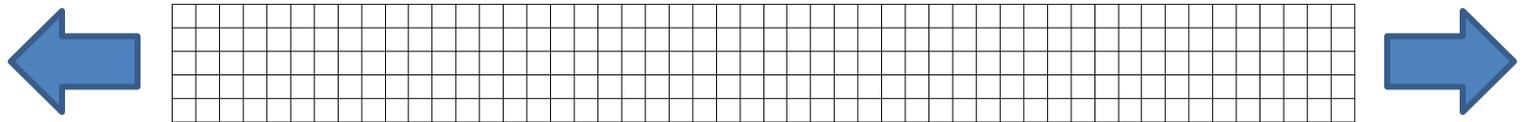
- Couplage avec NLOC

4. Conclusion / Exemple

Résumé

- Opérateur pour le calcul Fast Marching
- Application au calcul non local avec NLOC
- Exemple d'utilisation

Exemple d'utilisation



Exemple d'utilisation

