DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Modèle simplifié d'interface table vibrante/maquette

Alberto FRAU
Benjamin RICHARD

CEA, DEN, DANS, DM2S, SEMT Laboratoire d'Etudes de Mécanique Sismique, Gif-sur-Yvette, F-91191.

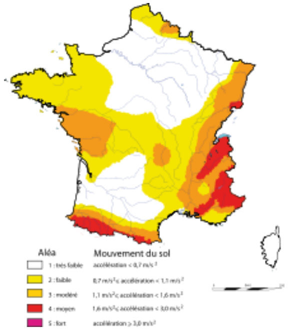
Club Cast3M 2013

CONTEXTE ET OBJECTIFS

Contexte

- Revaluation de sureté des INB & INBS depuis 2011

- REX suite aux évènements de Fukushima-Daiichi NPP:
  - Evaluations complémentaires de sureté (ECS) demandées par la Commission Européenne;
  - Composantes des évaluations complémentaires : le risque sismique.



Un besoin experimental

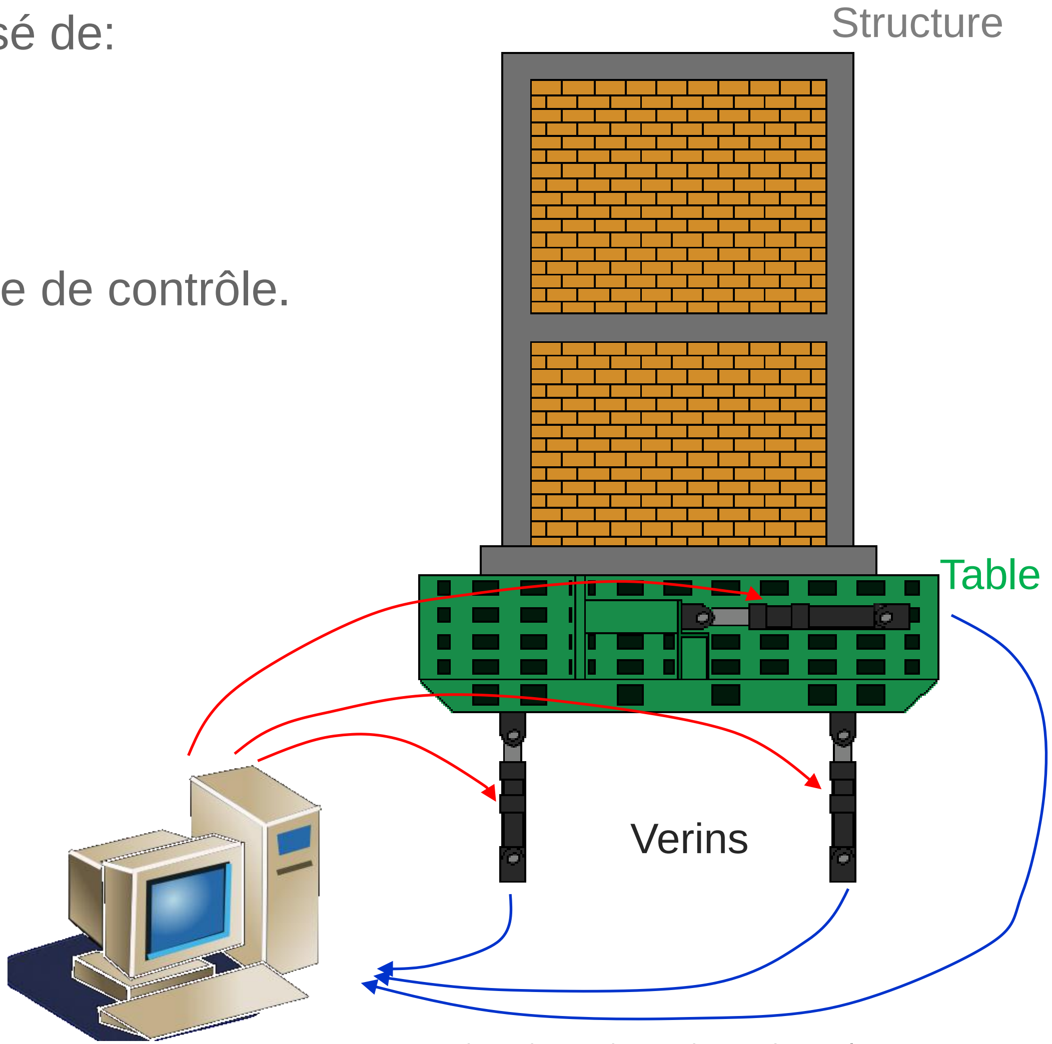
- Les tables vibrantes offrent un outil puissant pour évaluer le comportement sismique des structures;

- Les forces d'inertie sont prises en compte naturellement

- L'interprétation des essais expérimentaux nécessite une description précise des conditions au limites et de fixation d'une maquette sur la table vibrante

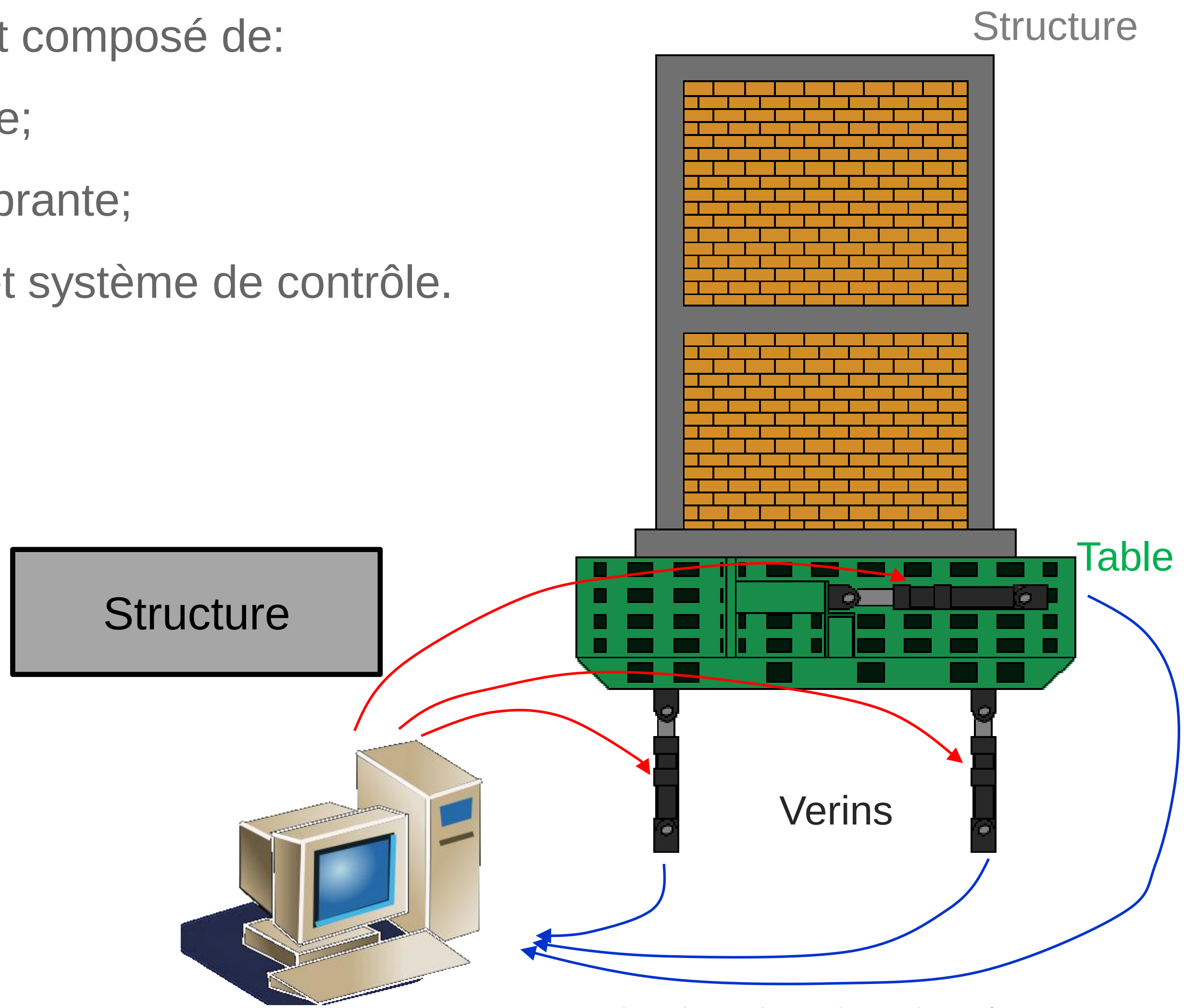
Essai sur table vibrante en temps réel

- Le système est composé de:
  - Structure;
  - Table vibrante;
  - Vérins et système de contrôle.



Essai sur table vibrante en temps réel

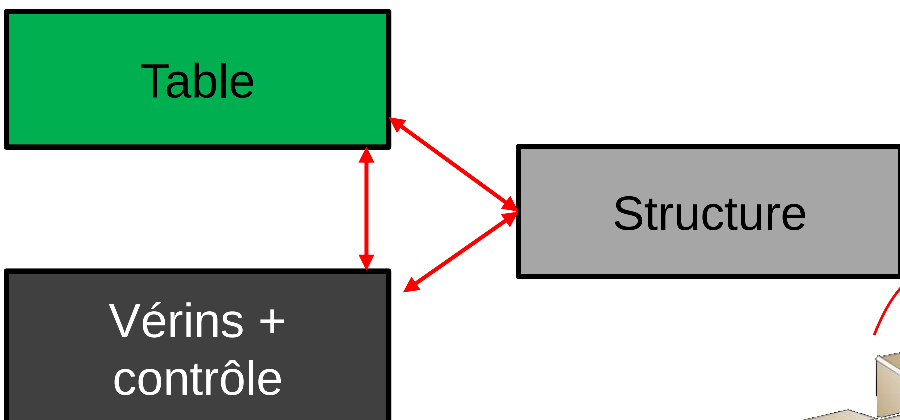
- Le système est composé de:
  - Structure;
  - Table vibrante;
  - Vérins et système de contrôle.

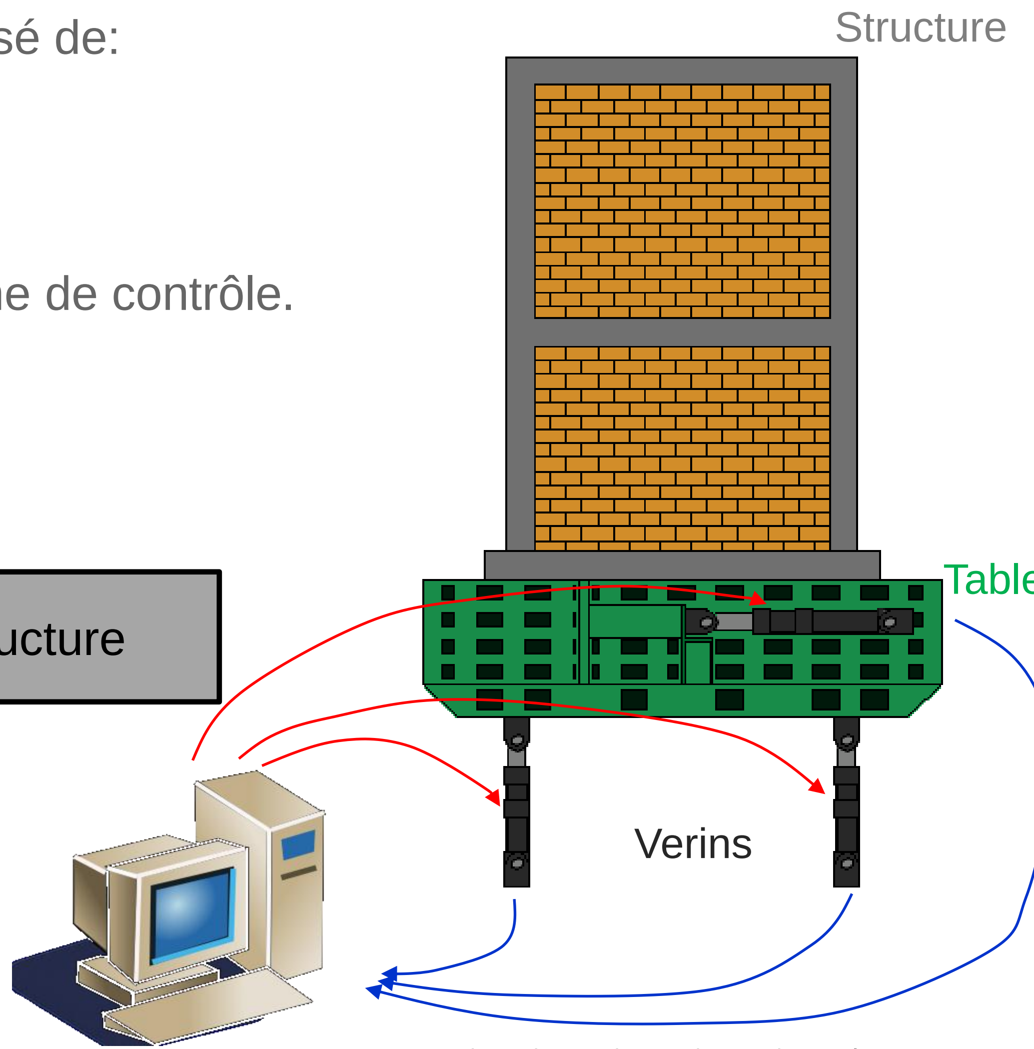


CONTEXTE ET OBJECTIFS

Essai sur table vibrante en temps réel

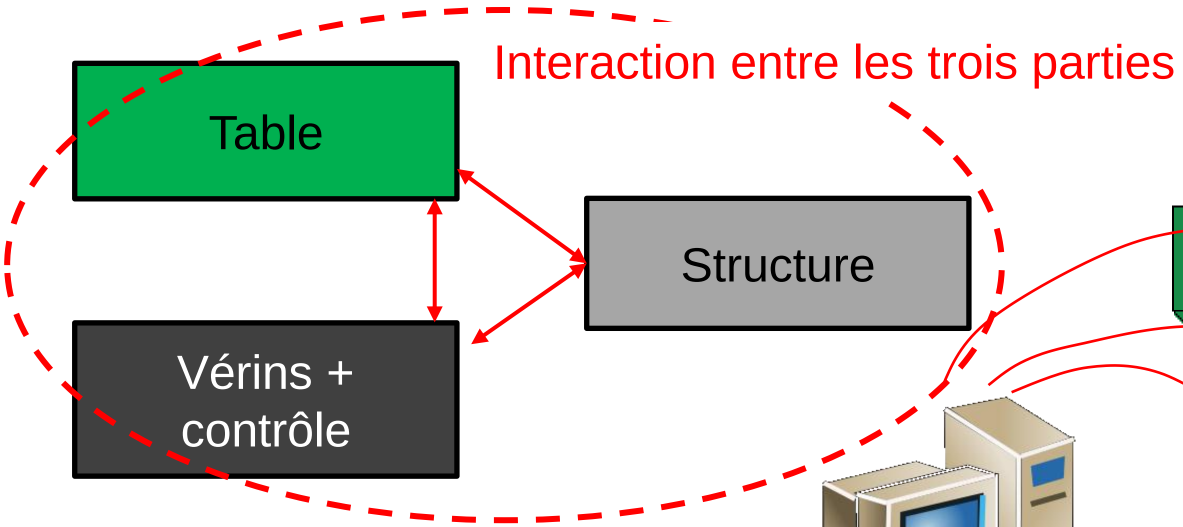
- Le système est composé de:
  - Structure;
  - Table vibrante;
  - Vérins et système de contrôle.

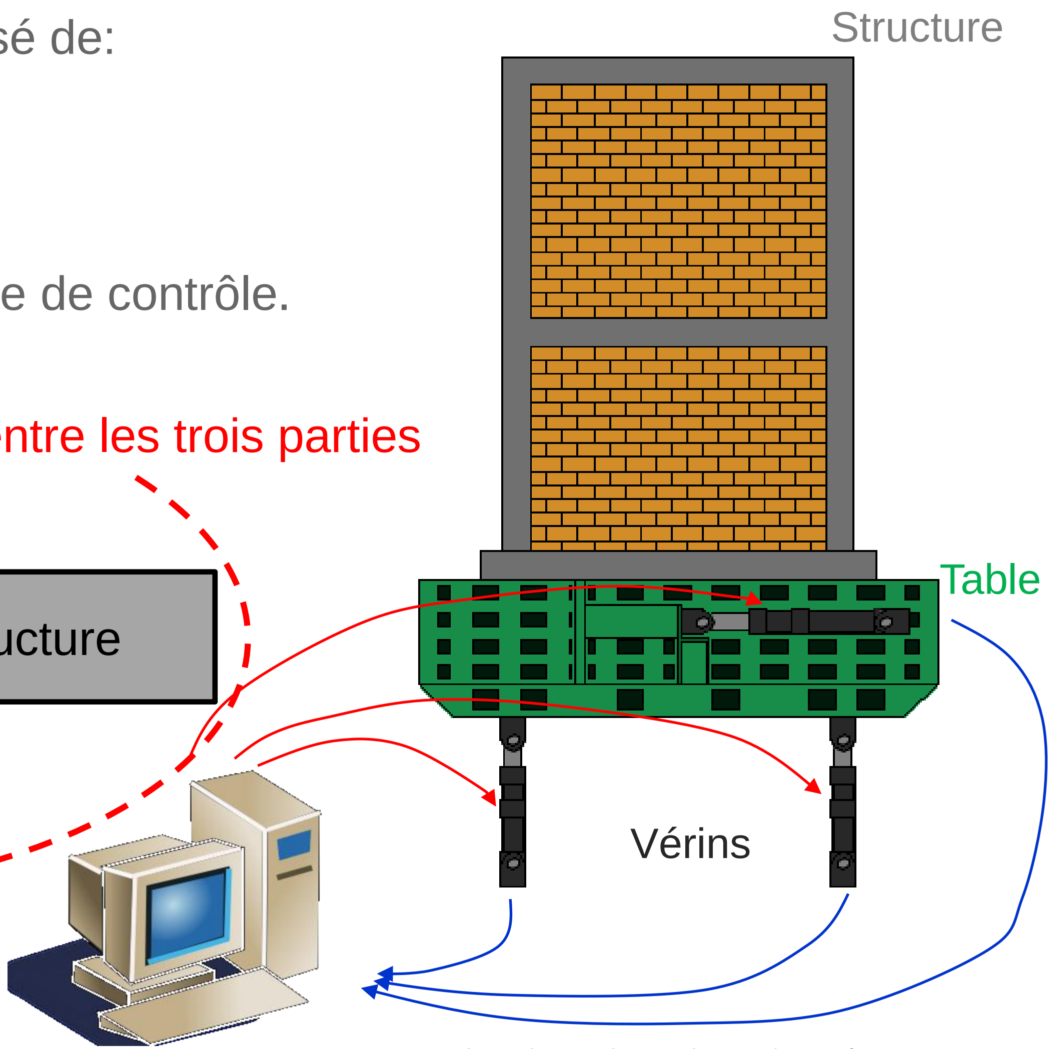




Essai sur table vibrante en temps réel

- Le système est composé de:
  - Structure;
  - Table vibrante;
  - Vérins et système de contrôle.

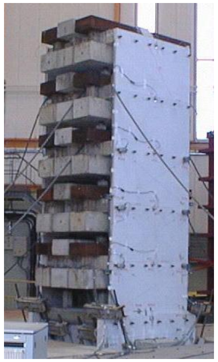


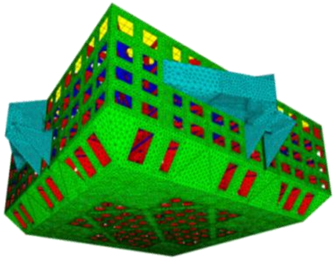


CONTEXTE ET OBJECTIFS

Histoire de l'installation TAMARIS

- 1990 : 1er essai 1990;
- 1996: Premières campagnes expérimentales à une échelle plus importante (CASSBA; CAMUS);
- 1998: Première étude pour considérer les effets de couplage table-maquette;
- 2005-2008: Modèle FEM de la table AZALEE [Le Maoult et al, 2006]
- 2013... : Modèle simplifié



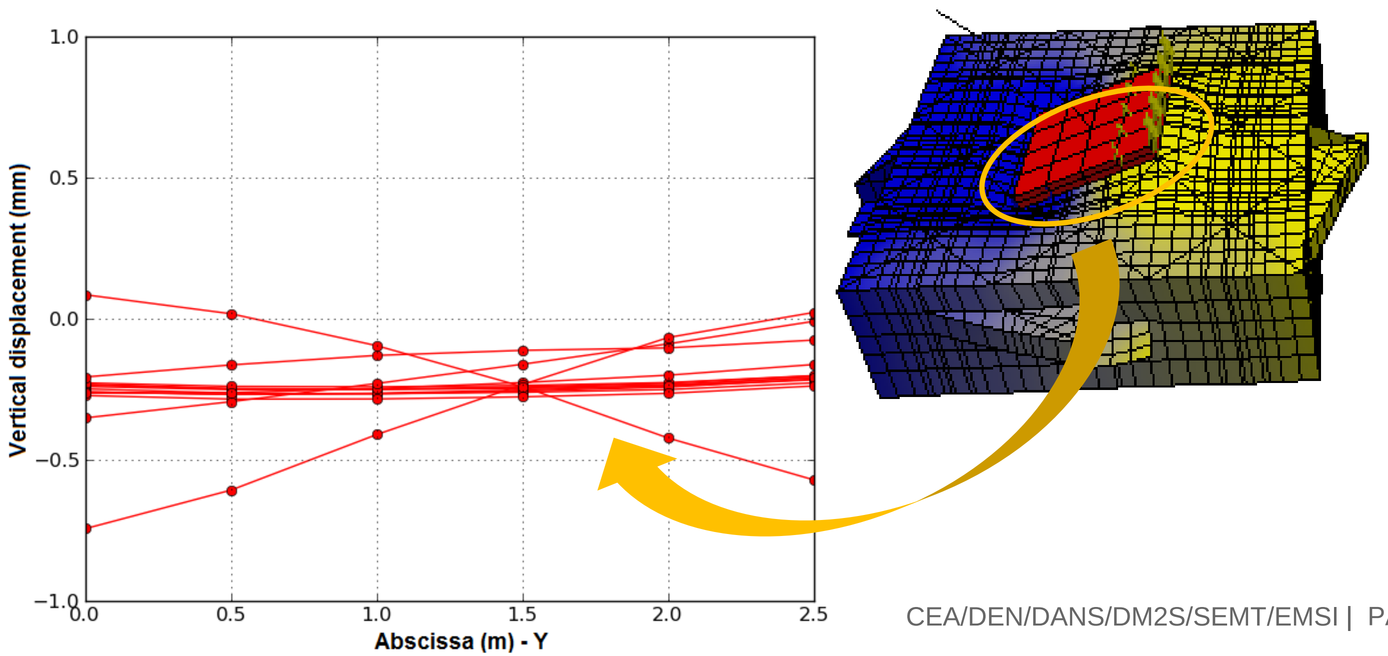


Observations

- **Effet Globale**: chute des fréquences propres

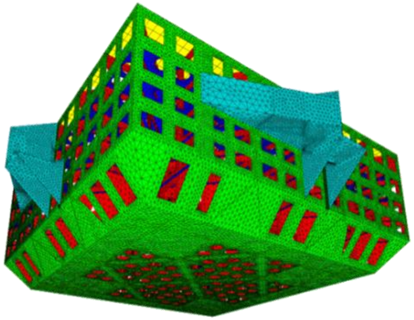
Maquette à base encastrée	Maquette fixée à la table
8.98 Hz	**6.78 Hz**

- **Effet mécanique**: déformation de la table vibrante



Stratégie de modélisation

- La table vibrante est modélisée explicitement dans les simulations numériques par une modèle “full FEM”



Conséquence

- Le temps de calcul augmente !!!

Objectifs

- Proposer une approche simplifiée permettant de condenser le comportement de la table vibrante à l’interface table/maquette

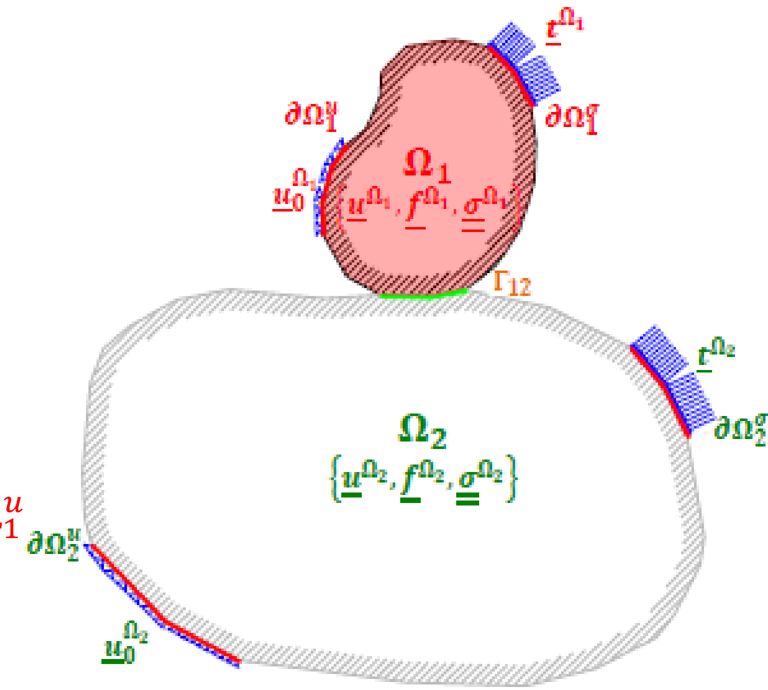
- Proposer une stratégie d’identification efficace et automatisable

PARTIE 1
CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Equation du mouvement

Equation d’équilibre :

$$div\left(\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_1}\right)+\underline{\boldsymbol{f}}^{\Omega_1}=\rho^{\Omega_1}\underline{\ddot{\boldsymbol{u}}}^{\Omega_1} \text{ in } \Omega_1$$



Conditions aux limites :

$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_1}\underline{\boldsymbol{n}}=\underline{\boldsymbol{t}}^{\Omega_1}$ on $\partial\Omega_1^\sigma$ $\quad \underline{\boldsymbol{u}}^{\Omega_1}=\underline{\boldsymbol{u}}_0^{\Omega_1}$ on $\partial\Omega_1^u$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Equation du mouvement

Equation d'équilibre :

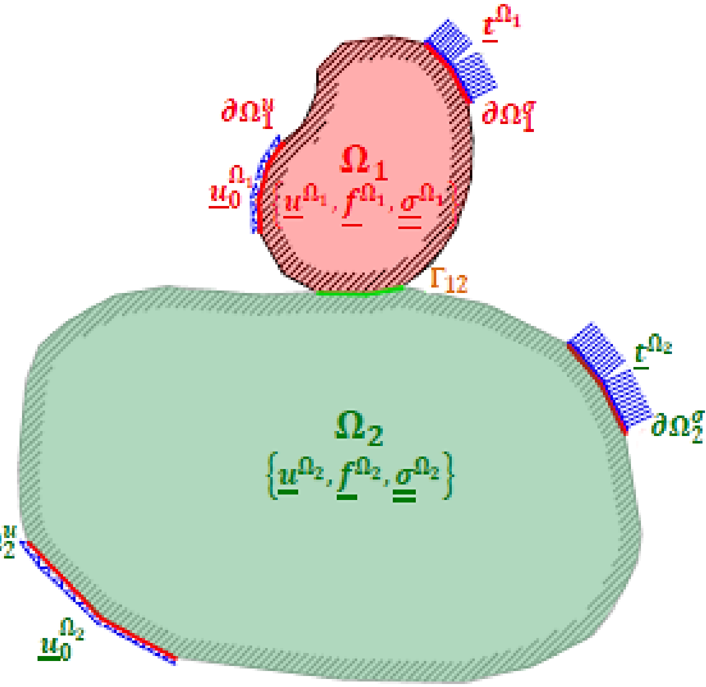
$$div\left(\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_1}\right) + \underline{f}^{\Omega_1} = \rho^{\Omega_1}\underline{\ddot{u}}^{\Omega_1} \text{ in } \Omega_1$$

$$div\left(\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_2}\right) + \underline{f}^{\Omega_2} = \rho^{\Omega_2}\underline{\ddot{u}}^{\Omega_2} \text{ in } \Omega_2$$

Conditions aux limites :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_1}\underline{n} = \underline{t}^{\Omega_1} \quad \text{on } \partial\Omega_1^{\sigma} \qquad \underline{u}^{\Omega_1} = \underline{u}_0^{\Omega_1} \quad \text{on } \partial\Omega_1^{u}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_2}\underline{n} = \underline{t}^{\Omega_2} \quad \text{on } \partial\Omega_2^{\sigma} \qquad \underline{u}^{\Omega_2} = \underline{u}_0^{\Omega_2} \quad \text{on } \partial\Omega_2^{u}$$



Equation du mouvement

Equation d'équilibre:

$$div\left(\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_1}\right) + \underline{\boldsymbol{f}}^{\Omega_1} = \rho^{\Omega_1}\underline{\ddot{\boldsymbol{u}}}^{\Omega_1} \text{ in } \Omega_1$$

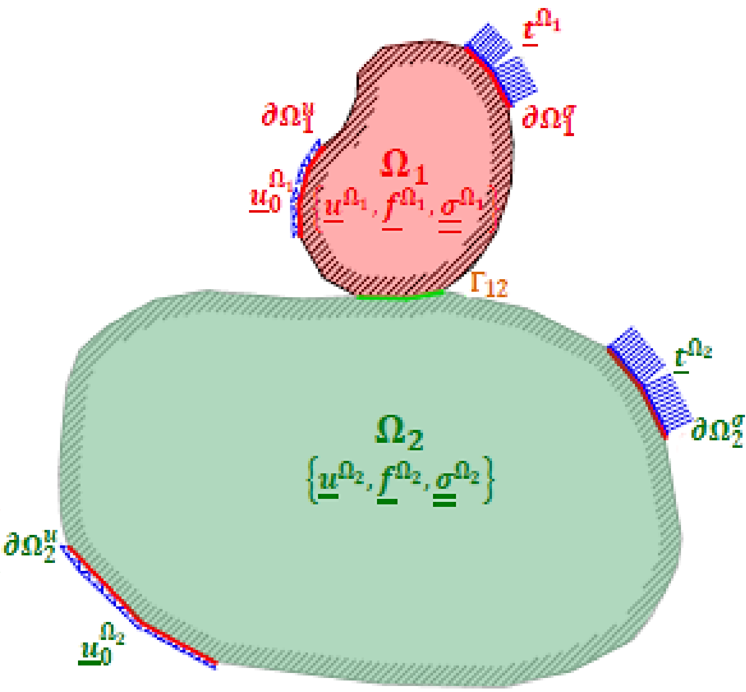
$$div\left(\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_2}\right) + \underline{\boldsymbol{f}}^{\Omega_2} = \rho^{\Omega_2}\underline{\ddot{\boldsymbol{u}}}^{\Omega_2} \text{ in } \Omega_2$$

Conditions aux limites :

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_1}\underline{\boldsymbol{n}} = \underline{\boldsymbol{t}}^{\Omega_1} \quad \text{on } \partial\Omega_1^{\sigma} \qquad \underline{\boldsymbol{u}}^{\Omega_1} = \underline{\boldsymbol{u}}_0^{\Omega_1} \quad \text{on } \partial\Omega_1^{u}$$

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_2}\underline{\boldsymbol{n}} = \underline{\boldsymbol{t}}^{\Omega_2} \quad \text{on } \partial\Omega_2^{\sigma} \qquad \underline{\boldsymbol{u}}^{\Omega_2} = \underline{\boldsymbol{u}}_0^{\Omega_2} \quad \text{on } \partial\Omega_2^{u}$$

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_1}\underline{\boldsymbol{n}} = -\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\Omega_2}\underline{\boldsymbol{n}} \quad \text{on } \Gamma_{12}$$

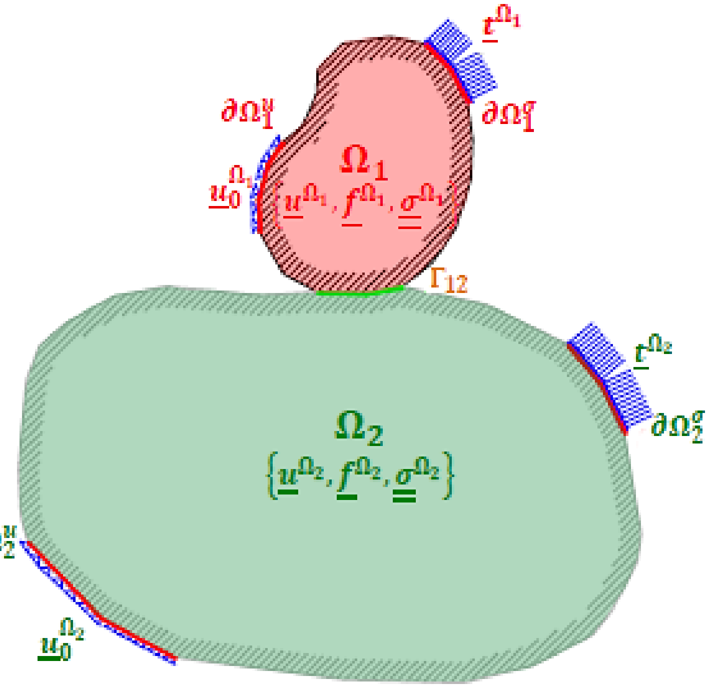


Equation du mouvement

Equation d'équilibre:

$$div\left(\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_1}\right) + \underline{f}^{\Omega_1} = \rho^{\Omega_1}\underline{\ddot{u}}^{\Omega_1} \text{ in } \Omega_1$$

$$div\left(\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_2}\right) + \underline{f}^{\Omega_2} = \rho^{\Omega_2}\underline{\ddot{u}}^{\Omega_2} \text{ in } \Omega_2$$



Conditions aux limites :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_1}\underline{n} = \underline{t}^{\Omega_1} \text{ on } \partial\Omega_1^\sigma \qquad \underline{u}^{\Omega_1} = \underline{u}_0^{\Omega_1} \text{ on } \partial\Omega_1^u$$

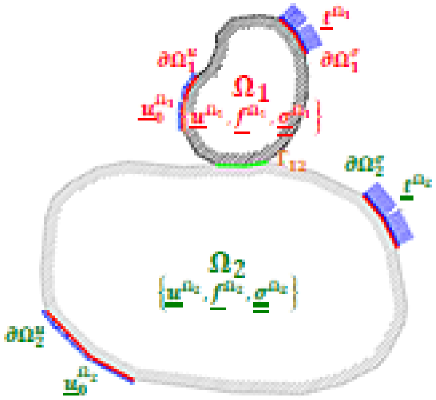
$$\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_2}\underline{n} = \underline{t}^{\Omega_2} \text{ on } \partial\Omega_2^\sigma \qquad \underline{u}^{\Omega_2} = \underline{u}_0^{\Omega_2} \text{ on } \partial\Omega_2^u$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_1}\underline{n} = -\underline{\underline{\sigma}}^{\Omega_2}\underline{n} \text{ on } \Gamma_{12}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_{\Omega_1}\rho^{\Omega_1}\underline{u}^{\Omega_1}\cdot\underline{v}^{\Omega_1}d\Omega + \frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_{\Omega_2}\rho^{\Omega_2}\underline{u}^{\Omega_2}\cdot\underline{v}^{\Omega_2}d\Omega + \int_{\Omega_1}\underline{\underline{\sigma}}\left(\underline{u}^{\Omega_1}\right):\underline{\underline{\epsilon}}\left(\underline{v}^{\Omega_1}\right)d\Omega$$
$$+\int_{\Omega_2}\underline{\underline{\sigma}}\left(\underline{u}^{\Omega_2}\right):\underline{\underline{\epsilon}}\left(\underline{v}^{\Omega_2}\right)d\Omega = \int_{\partial\Omega_1^\sigma}\underline{t}^{\Omega_1}\cdot\underline{v}^{\Omega_1}d\Gamma + \int_{\partial\Omega_2^\sigma}\underline{t}^{\Omega_2}\cdot\underline{v}^{\Omega_2}d\Gamma +$$
$$+\int_{\partial\Omega_1^u}\underline{R}^{\partial\Omega_1^u}\left(\underline{u}^{\Omega_1}\right)\cdot\underline{v}^{\Omega_1}d\Gamma + \int_{\partial\Omega_2^u}\underline{R}^{\partial\Omega_2^u}\left(\underline{u}^{\Omega_2}\right)\cdot\underline{v}^{\Omega_2}d\Gamma +$$
$$+\int_{\Gamma_{12}}\underline{R}^{\Gamma_{12}}\left(\underline{u}^{\Omega_1} - \underline{u}^{\Omega_2}\right)\cdot\left(\underline{v}^{\Omega_1} - \underline{v}^{\Omega_2}\right)d\Gamma$$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée



Equation d'équilibre – forme discrétisée :

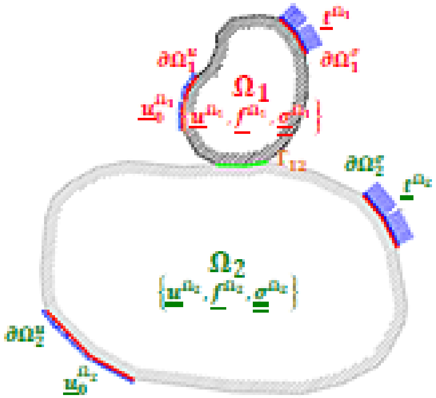
$\boldsymbol{M\ddot{u}} + \boldsymbol{C\dot{u}} + \boldsymbol{Ku} = \boldsymbol{F_{ext}}$

where $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K} \in \mathcal{M}(n_{DoF}, n_{DoF})$

$\boldsymbol{u} \in \mathcal{M}(n_{DoF}, 1)$

n_{DoF} est le nombre de DDL

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION



Approche proposée

Equation d'équilibre – forme discrétisée :

$$\boldsymbol{M\ddot{u}} + \boldsymbol{C\dot{u}} + \boldsymbol{Ku} = \boldsymbol{F_{ext}}$$

where $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{K} \in \mathcal{M}(n_{DoF}, n_{DoF})$

$\boldsymbol{u} \in \mathcal{M}(n_{DoF}, 1)$

n_{DoF} est le nombre de DDL

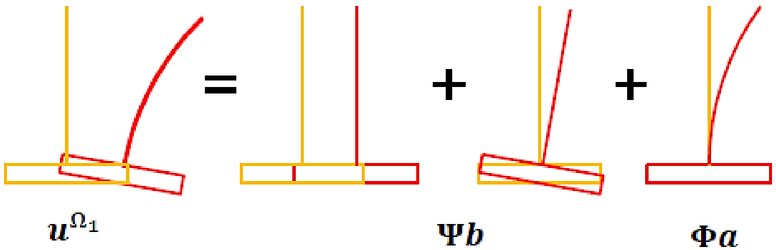
En projetant sur la base des modes à base encastrée et d'interface :

$$\boldsymbol{u}^{\Omega_1} = \boldsymbol{\Phi a} + \boldsymbol{\Psi b}$$

où $\boldsymbol{a} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, 1\right)$, $\boldsymbol{b} \in \mathcal{M}\left(n_{in}^{\Omega_1}, 1\right)$

$\boldsymbol{\Phi} \in \mathcal{M}\left(n_{DoF}^{\Omega_1}, n_{bf}^{\Omega_1}\right)$

$\boldsymbol{\Psi} \in \mathcal{M}\left(n_{DoF}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)$



$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_1 & \boldsymbol{\phi}_2 & \cdots & \boldsymbol{\phi}_i & \cdots & \boldsymbol{\phi}_{n_{bf}^{\Omega_1}} \end{bmatrix}$$ où $\boldsymbol{\phi}_i$ est le i−eme mode à base encastrée

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_1 & \boldsymbol{\psi}_2 & \cdots & \boldsymbol{\psi}_i & \cdots & \boldsymbol{\psi}_{n_{bf}^{\Omega_1}} \end{bmatrix}$$ où $\boldsymbol{\psi}_i$ est le i−eme mode d'interface

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée

Equation d'équilibre dans le domaine fréquentielle :

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{bf}} \\ \left(\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} + \boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t + i\omega \left(\boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{in}} \end{cases}$$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée

Equation d'équilibre dans le domaine fréquentielle:

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{bf}} \\ \left(\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} + \boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t + i\omega \left(\boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{in}} \end{cases}$$

où $\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{bf}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{in}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^2$

Approche proposée

Equation d'équilibre dans le domaine fréquentielle:

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{ext}^{bf} \\ \left(\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} + \boldsymbol{K}^{int}(\omega)\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t + i\omega \left(\boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{ext}^{in} \end{cases}$$

où $\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{bf}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{in}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^2$

$\boldsymbol{K}^{int}(\omega)$ représente le comportment de l'interface Γ_{12}

Approche proposée

Equation d'équilibre dans le domaine fréquentielle:

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{ext}^{bf} \\ \left(\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} + \boldsymbol{K}^{int}(\omega)\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t + i\omega \left(\boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{ext}^{in} \end{cases}$$

où $\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{bf}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{K}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{inin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{in}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^3$

$\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}, \boldsymbol{C}_{bfin}^{\Omega_1} \in \mathcal{M}\left(n_{bf}^{\Omega_1}, n_{in}^{\Omega_1}\right)^2$

$\boldsymbol{K}^{int}(\omega)$ représente le comportment de l'interface Γ_{12}

Pour un mouvement de corps rigide de l'interface, on obtient:

$$\boxed{\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{ext}^{bf} \\ \left(\boldsymbol{K}^{int}(\omega) - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{ext}^{in} \end{cases}} \quad \begin{aligned} \left[\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} &= \delta_{ij}\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2; \\ \left[\boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} &= \delta_{ij} \end{aligned}$$

Approche proposée

$$\boxed{\begin{cases}\left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{ext}^{bf} \\ \left(\boldsymbol{K}^{int}(\omega) - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{ext}^{in}\end{cases}}$$

où:

$$\boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} = \begin{bmatrix} M_{tot}^{\Omega_1} & 0 & 0 & 0 & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_3}) & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_1}) \\ & M_{tot}^{\Omega_1} & 0 & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_3}) & 0 & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_2}) \\ & & M_{tot}^{\Omega_1} & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_2}) & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_1}) & 0 \\ & & & I_{e1}^{\Omega_1} & 0 & 0 \\ & & & & I_{e2}^{\Omega_1} & 0 \\ sym & & & & & I_{e3}^{\Omega_1} \end{bmatrix}$$

$$\left[\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} = \delta_{ij}\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2 ;$$

$$\left[\boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} = \delta_{ij}$$

Approche proposée

$$\boxed{\begin{cases} \left(\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1} - \omega^2 \boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1} + i\omega \boldsymbol{C}_{bfbf}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{a} + \left(-\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{F}_{ext}^{bf} \\ \left(\boldsymbol{K}^{int}(\omega) - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}\right)\boldsymbol{b} + \left(-\omega^2 \left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right)\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_{ext}^{in} \end{cases}}$$

où:

$$\boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1} = \begin{bmatrix} M_{tot}^{\Omega_1} & 0 & 0 & 0 & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_3}) & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_1}) \\ & M_{tot}^{\Omega_1} & 0 & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_3}) & 0 & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_2}) \\ & & M_{tot}^{\Omega_1} & -M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_2}) & M_{tot}^{\Omega_1}(d_G^{e_1}) & 0 \\ & & & I_{e1}^{\Omega_1} & 0 & 0 \\ & & & & I_{e2}^{\Omega_1} & 0 \\ sym & & & & & I_{e3}^{\Omega_1} \end{bmatrix}$$

$$\left[\boldsymbol{K}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} = \delta_{ij}\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2 ;$$

$$\left[\boldsymbol{M}_{bfbf}^{\Omega_1}\right]_{ij} = \delta_{ij}$$

Le problème peut être écrit sur la forme suivante :

$$\left\{\delta_{ij}\left[\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2\left(1 + 2i\omega\xi_{\phi_i}\right) - \omega^2\right] - \left[\left(\omega^4 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right]_{ij}\right\} a_j = \left[\boldsymbol{F}_{ext}^{bf} + \left(\omega^2 \boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\boldsymbol{F}_{ext}^{in}\right]_i$$

où: $\boldsymbol{C}(\omega) = \left(\boldsymbol{K}^{int}(\omega) - \omega^2 \boldsymbol{M}_{inin}^{\Omega_1}\right)$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée

$$\left\{\delta_{ij}\left[\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2\left(1+2i\omega\xi_{\phi_i}\right)-\omega^2\right]-\left[\left(\omega^4\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right]_{ij}\right\}a_j = \left[\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{bf}}+\left(\omega^2\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{in}}\right]_i$$

Approche proposée

$$\left\{\delta_{ij}\left[\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2\left(1+2i\omega\xi_{\phi_i}\right)-\omega^2\right]-\left[\left(\omega^4\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right]_{ij}\right\}a_j = \left[\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{bf}}+\left(\omega^2\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{in}}\right]_i$$

- Système 2D – brochette avec une masse en tête;
- Mouvement dans la direction x;
- $\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)$:

$$\left[\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right]_{xx} = k_x^{int}\left(1+2i\xi_x^{int}\right)-\omega^2 m$$

$$\left[\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right]_{\theta_y\theta_y} = k_\theta^{int}\left(1+2i\xi_\theta^{int}\right)-\omega^2 I_\theta$$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée

$$\left\{\delta_{ij}\left[\left(\omega_{\phi_i}^{\Omega_1}\right)^2\left(1+2i\omega\xi_{\phi_i}\right)-\omega^2\right]-\left[\left(\omega^4\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\left(\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)^t\right]_{ij}\right\}a_j=\left[\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{bf}}+\left(\omega^2\boldsymbol{M}_{bfin}^{\Omega_1}\right)\left(\boldsymbol{C}^{-1}(\omega)\right)\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{ext}}^{\boldsymbol{in}}\right]_i$$

- Système 2D – brochette avec une masse en tête
- Mouvement dans la direction x
- $\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)$:

$$\left[\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right]_{xx}=k_x^{int}\left(1+2i\xi_x^{int}\right)-\omega^2 m$$
$$\left[\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right]_{\theta_y\theta_y}=k_\theta^{int}\left(1+2i\xi_\theta^{int}\right)-\omega^2 I_\theta$$

La partie homogène de l'équation devient :

$$\boxed{\left[1+2i\xi_{str}-\frac{\omega^2}{\omega_{\phi_1}^2}-\frac{\omega^2}{\omega_x^{int\,2}}\left(1+i\xi_{\phi_1}-2i\xi_x^{int}\right)-\frac{\omega^2}{\omega_\theta^{int\,2}}\left(1+i\xi_{\phi_1}-2i\xi_\theta^{int}\right)\right]a=0}$$

ou de manière équivalente :

$$\boxed{\left[1+2i\xi^*-\frac{\omega^2}{\widetilde{\omega}^2}f(\omega)\right]a=0 \text{ and } \omega^*\in\mathbb{R}:\omega^*>0\ and\ 1-\left(\frac{\omega^*}{\widetilde{\omega}}\right)^2 f(\omega^*)=0}$$

CADRE THEORIQUE : APPROCHE PAR SOUS STRUCTURATION

Approche proposée

Les termes ω^* and ξ^* représentent la fréquence équivalente et l’amortissement équivalent de l’ensemble du système:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\tilde{\omega}^2} = \dfrac{1}{\omega_{\phi_1}^2} + \dfrac{1}{{\omega_x^{int}}^2} + \dfrac{1}{{\omega_\theta^{int}}^2} \\ \xi^* = \left(1 - \dfrac{{\omega^*}^2}{{\omega_x^{int}}^2\left(1 + {\omega^*}^2/{\omega_{x0}^{int}}^2\right)} - \dfrac{{\omega^*}^2}{{\omega_\theta^{int}}^2\left(1 + {\omega^*}^2/{\omega_{\theta 0}^{int}}^2\right)}\right)\xi_{\phi_1} + \dfrac{{\omega^*}^2}{{\omega_x^{int}}^2\left(1 + {\omega^*}^2/{\omega_{x0}^{int}}^2\right)^2}\xi_x^{int} + \dfrac{{\omega^*}^2}{{\omega_\theta^{int}}^2\left(1 + {\omega^*}^2/{\omega_{\theta 0}^{int}}^2\right)^2}\xi_\theta^{int} \\ f(\omega) = \dfrac{\tilde{\omega}^2}{\omega_{\phi_1}^2} + \dfrac{\tilde{\omega}^2}{{\omega_x^{int}}^2}\left(\dfrac{1}{1 + \omega^2/{\omega_{x0}^{int}}^2}\right) + \dfrac{\tilde{\omega}^2}{{\omega_\theta^{int}}^2}\left(\dfrac{1}{1 + \omega^2/{\omega_{\theta 0}^{int}}^2}\right) \end{cases}$$

où:

$$\begin{cases} {\omega_x^{int}}^2 = k_x^{int}/(M) \\ {\omega_\theta^{int}}^2 = k_\theta^{int}/(Mh^2) \\ {\omega_{x0}^{int}}^2 = k_x^{int}/(m);\ {\omega_{\theta 0}^{int}}^2 = k_\theta^{int}/(I_m); \end{cases}$$

PARTIE 2
EXEMPLE STRUCTURAL

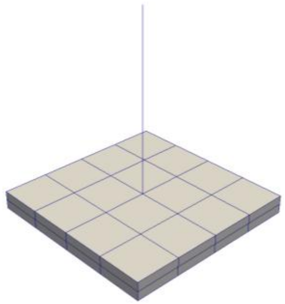
EXEMPLE STRUCTURAL

Objectif

Comprendre le comportement dynamique du modèle simplifié de l'interface table vibrante/structure en considérant un cas simple

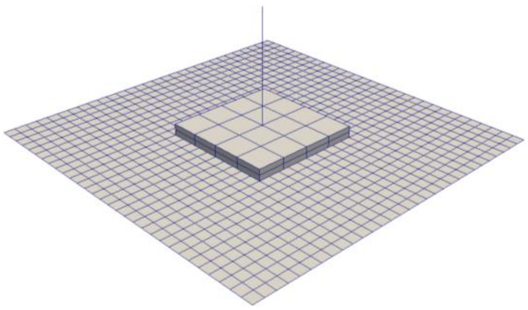
Cas d'étude

Cas 1



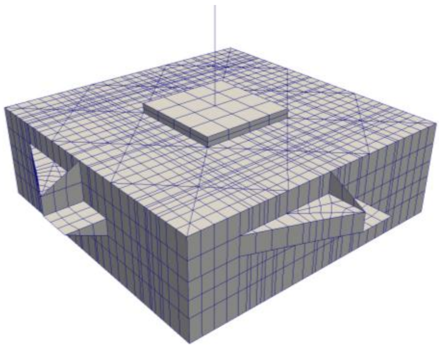
Base encastrée

Cas 2



Modèle simplifié

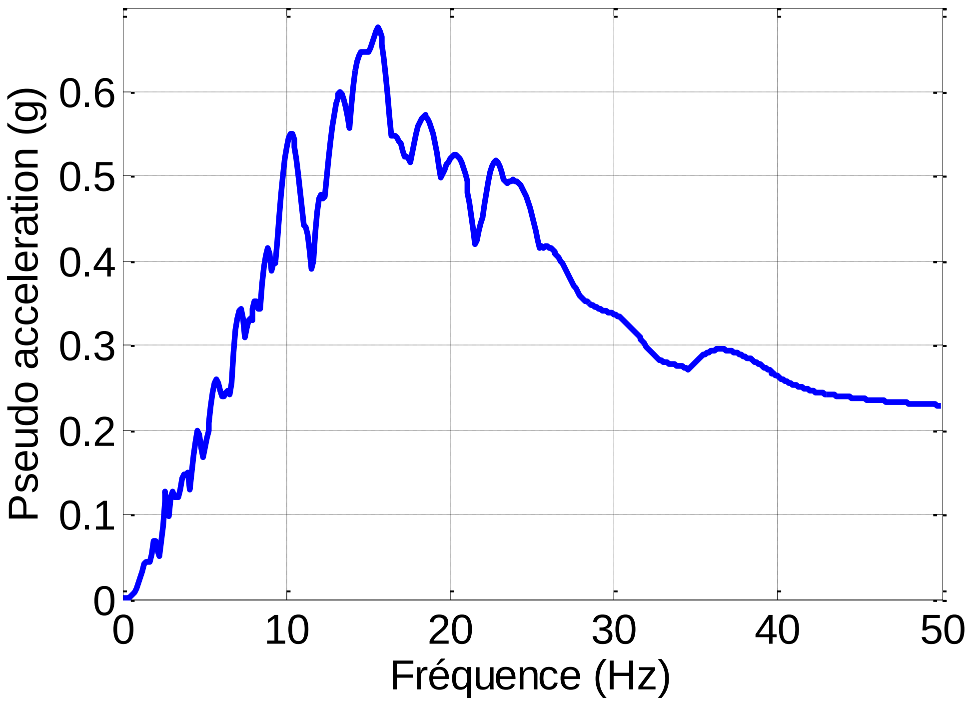
Cas 3



Model fin

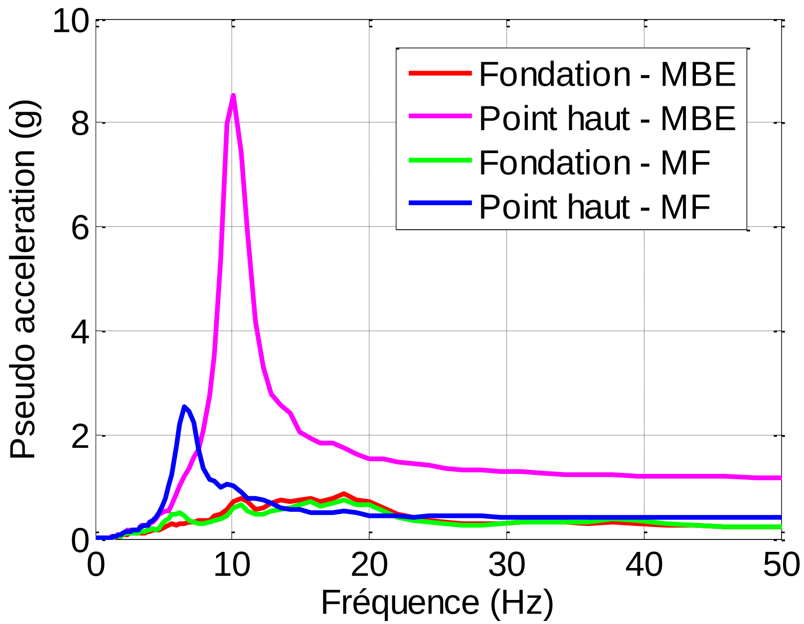
Description du chargement sismique

Signal synthétique généré à partir d'un spectre EC8 de dimensionnement – PGA 0.2g

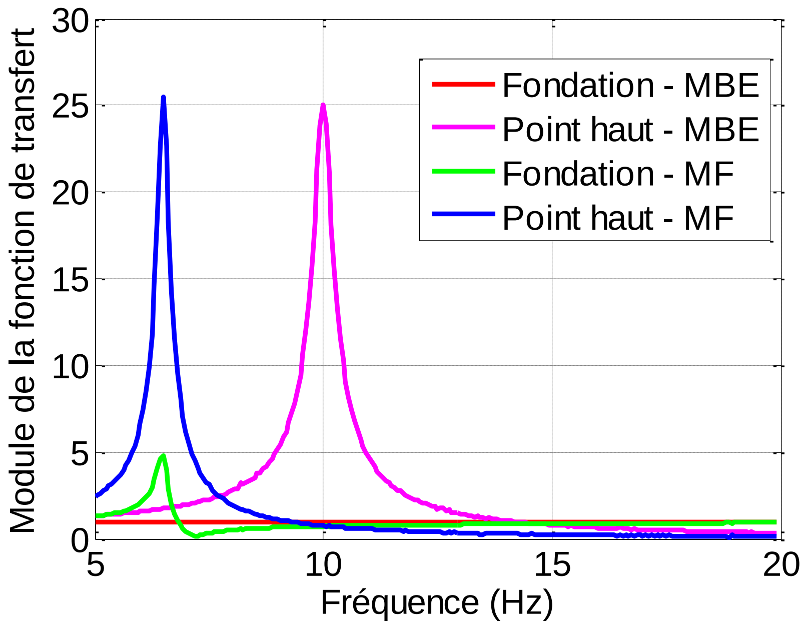


Modèle à base encastrée vs **Modèle fin**

Spectres de réponse



Fonctions de transfert (radier-sommet)



- ✓ Modèle à base encastrée:
  - ✓ Pas de chute e fréquence
  - ✓ Pas d'interaction
- ✓ Modèle fin
  - ✓ Chutede fréquence de 10 Hz à 6,5 Hz

Calibration du modèle simplifié

- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d’amortissement.

$$\left[\boldsymbol{K}^{\boldsymbol{int}}(\omega)\right]_{ii} = k_{ii}^{int} + i\omega c_{ii}^{int} - \omega^2 m_{ii}$$

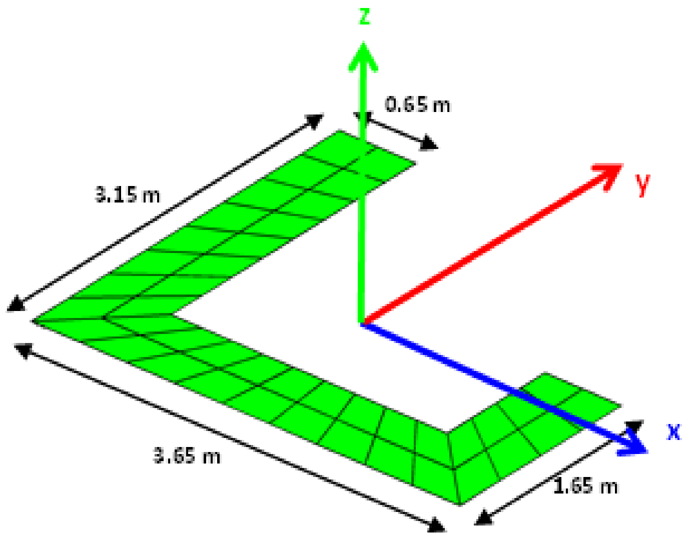
EXEMPLE STRUCTURAL

Calibration du modèle simplifié

- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d’amortissement.

Tests élémentaires:

- ➢ Force unitaire dans chaque direction;
- ➢ Force unitaire dans chaque direction;



	Translations X, Y, Z (Nm^{-1})	Rotations X, Y, Z (Nm)
Rigidité	$1.9287\ 10^{9}$	$3.0033\ 10^{9}$

Calibration du modèle simplifié

- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d'amortissement.

Iter 0: A partir des frequencies de reference $f_1^R, \ldots, f_n^R$, une terme de masse m, une terme de rigidité k, et les matrices de rigidité K et M de la structure

Iter k: Calcul des modes propres $\phi_1^{(k)}, \ldots, \phi_n^{(k)}$

Calcul des termes de rigidité généralisé $k_j^{(k)} = \phi_j^{(k)t} K \phi_j^{(k)}$

Calcul des termes de masse généralisée $m_j^{(k)} = \phi_j^{(k)t} M \phi_j^{(k)}$

Calcul des termes cibles de masse généralisée $m_j^{R,(k)} = \frac{k_j^{(k)}}{\left(2\pi f_j^R\right)^2}$

Calcul de la correction des termes de masse $\delta^{(k)} = \sum_{j=1}^{n} \frac{|m_j^{R,(k)} - m_j^{(k)}|}{m_j^{R,(k)}} \alpha_j$ α_j poids

Test de Convergence: **SI** $\left|f_j^R - f_j\right| > \epsilon$ **FAIRE** $\rho^{(k+1)} = \rho^0(1 + \delta^k)$

SINON pass a l'itération k + 1

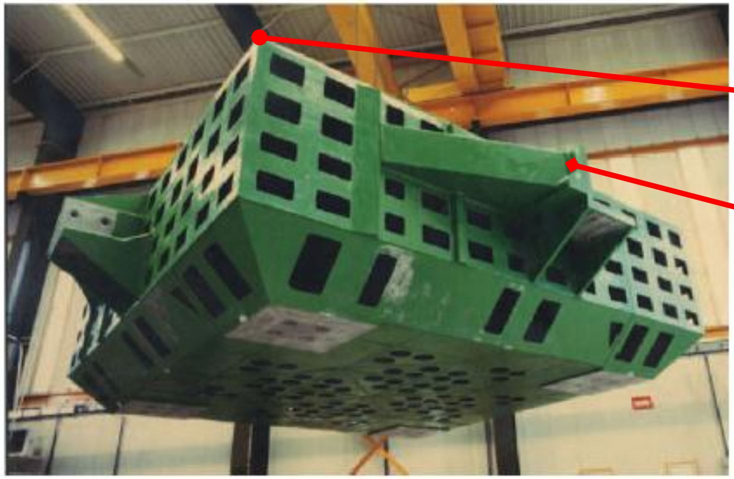
EXEMPLE STRUCTURAL

Calibration du modèle simplifié

- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d'amortissement.

Observations

- ➢ Différences géométriques (les positions des vérins ne sont pas représentées dans le modèle simplifié)



$$H(\omega) = \frac{\gamma_{\mathbf{Plateau}}}{\gamma_{\mathbf{Verins}}}$$

Calibration du modèle simplifié

- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d'amortissement.

Principes

- ➢ Première possibilité: détermination expérimental des fonctions d'impédances relative aux mouvements de l'interface table/maquette:
  - ➢ Délicat à déterminer parce que les évolutions temporelles des déplacements et des forces au niveau de l'interface doivent être mesurées.

Calibration du modèle simplifié

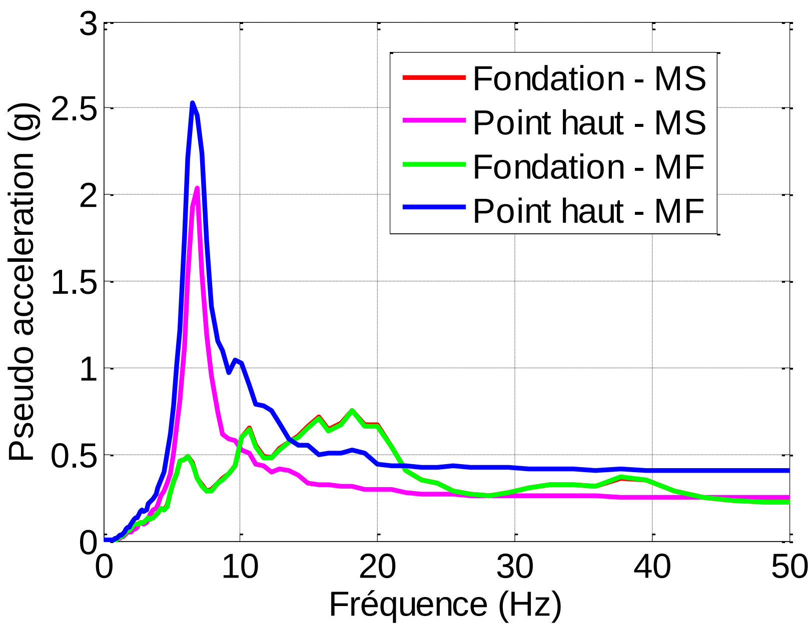
- ✓ Termes de rigidité;
- ✓ Termes de masse;
- ✓ Chargement imposé;
- ✓ Termes d'amortissement.

Principes

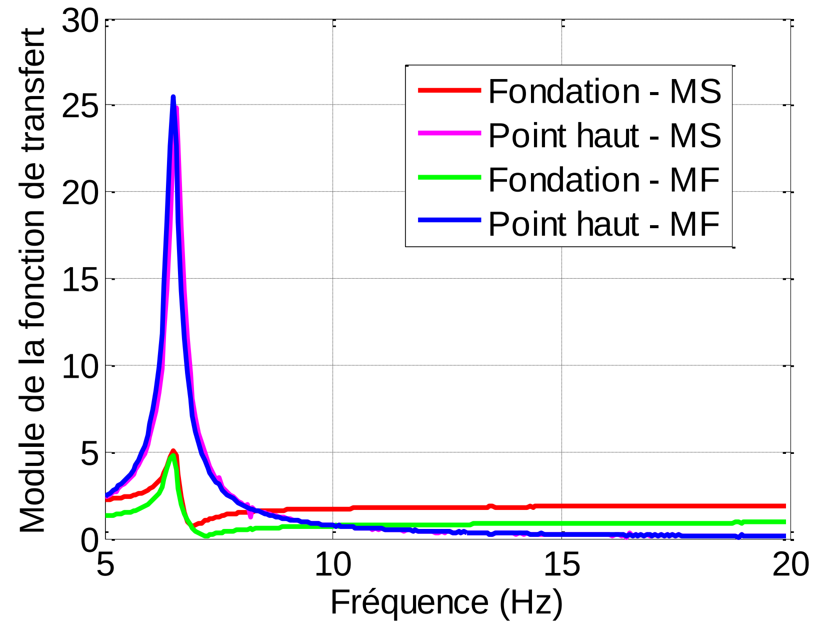
- ➢ Première possibilité: détermination expérimental des fonctions d'impédances relative aux mouvements de l'interface table/maquette:
  - ➢ Délicat à déterminer parce que les évolutions temporelles des déplacements et des forces au niveau de l'interface doivent être mesurées.
- ➢ Deuxième possibilité: détermination du taux d'amortissement de l'ensemble du système (table + maquette) par mesures expérimentales:
  - ➢ Un algorithme de minimisation similaire à celui présenté pour la calibration des termes de masses peut être utilisé

Modèle simplifié vs **Modèle fin**

Spectres de réponse



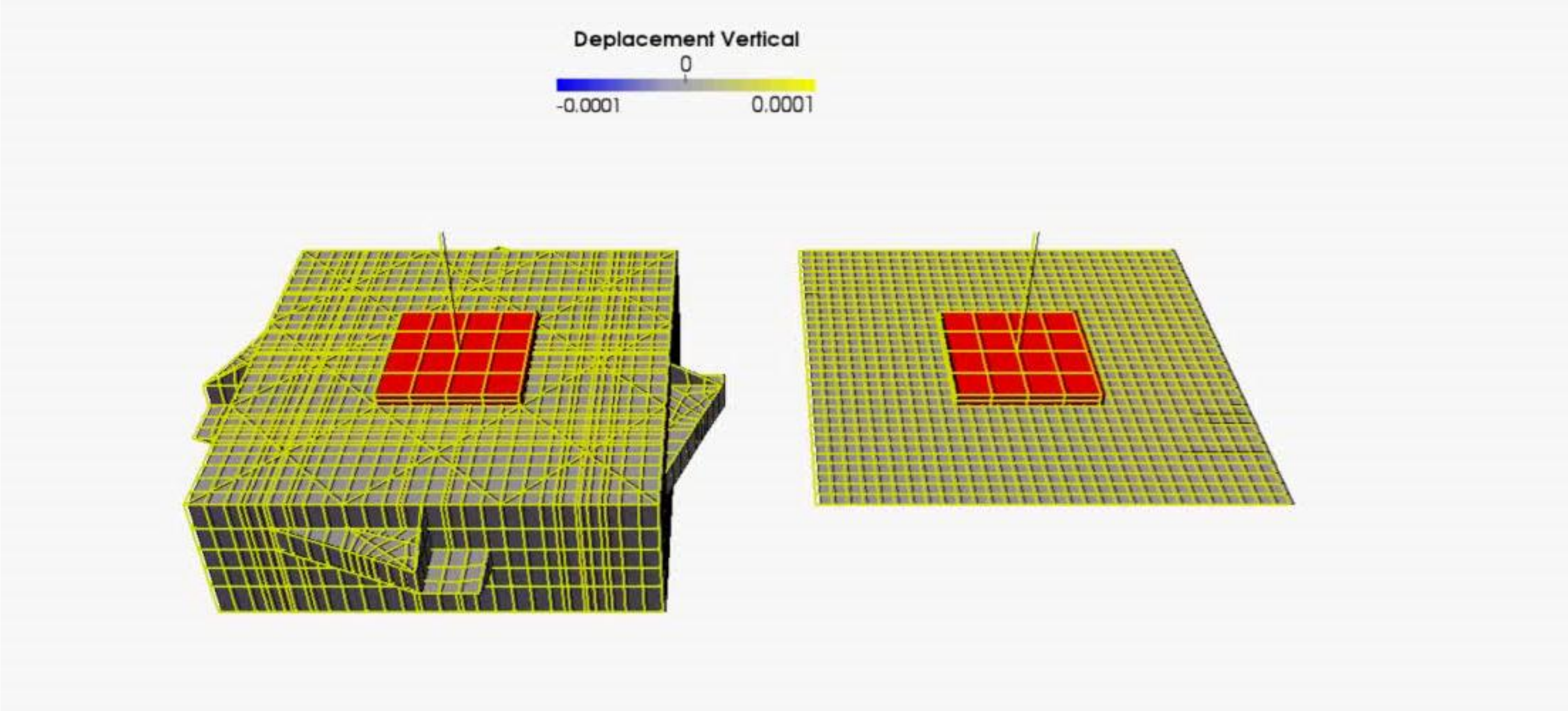
Fonctions de transfert (radier-sommet)



- ✓ **Résultats similaires:**
  - ✓ Chute de fréquence;
  - ✓ PGA;
  - ✓ Amplification;

EXEMPLE STRUCTURAL

Animation



CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

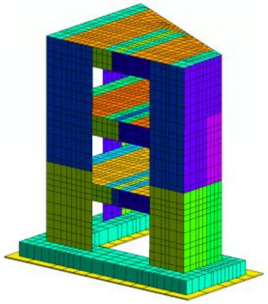
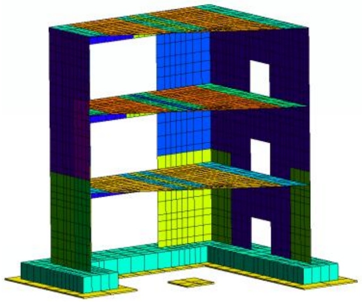
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Conclusions

- ✓ Un modèle simplifié de la table vibrante a été développé dans le cadre de la sous-structuration;
- ✓ Une stratégie de calibration a été proposée et implantée dans Cast3M;
- ✓ Les premiers résultats sont encourageants.

Perspectives

- ✓ Considérer des cas réels plus complexes (modes couplés)
- ✓ Campagnes expérimentales ENISTAT/SMART

Commissariat à l’énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Saclay | 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
T. +33 (0)1 69 08 76 74 | F. +33 (0)1 69 08 83 31

DEN
DM2S
SEMT