

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



Implantation d'une méthode de raffinement local de maillage multi-niveaux avec Cast3M

Club Castem | I. RAMIÈRE*, DEN, DEC, SESC

29 NOVEMBRE 2012

- Contexte industriel
- Présentation de la méthode de raffinement local multi-niveaux
- Implantation dans Cast3M
- Illustration des performances sur quelques résultats

Contexte industriel

- **Simulations industrielles** : traitement de problèmes de plus en plus complexes
 - ↔ maillages avec un **nombre de ddl croissant**
 - ↔ souvent **raffinés que localement**
 - ⇒ **convergence lente et souvent difficile**

- **Simulations industrielles** : traitement de problèmes de plus en plus complexes
 - ↔ maillages avec un **nombre de ddl croissant**
 - ↔ souvent **raffinés que localement**
 - ⇒ **convergence lente et souvent difficile**

- **Solutions numériques**

- **Simulations industrielles** : traitement de problèmes de plus en plus complexes
 - ↪ maillages avec un **nombre de ddl croissant**
 - ↪ souvent **raffinés que localement**
 - ⇒ **convergence lente et souvent difficile**

- **Solutions numériques**
 - **Maillage de départ fixé par la CAO** (généralement non structuré et non régulier)
 - ↪ travail sur le **préconditionnement** du système
 - ↪ utilisation de plusieurs niveaux de grilles déraffinées pour accélérer la convergence du calcul
 - ⇒ **méthodes multi-grilles (ou multi-niveaux)**

- **Simulations industrielles** : traitement de problèmes de plus en plus complexes
 - ↔ maillages avec un **nombre de ddl croissant**
 - ↔ souvent **raffinés que localement**
 - ⇒ **convergence lente et souvent difficile**

- **Solutions numériques**
 - **Maillage de départ fixé par la CAO** (généralement non structuré et non régulier)
 - ↔ travail sur le préconditionnement du système
 - ↔ utilisation de plusieurs niveaux de grilles déraffinées pour accélérer la convergence du calcul
 - ⇒ **méthodes multi-grilles (ou multi-niveaux)**

 - **Génération d'un maillage enrichi dans les zones d'intérêt**
 - ↔ modification locale des mailles ou des fonctions de base
 - ⇒ **méthodes adaptatives**
 - ↔ utilisation de différents types de comportements locaux
 - ⇒ **méthode Arlequin**
 - ↔ ajout de plusieurs niveaux de grilles locales raffinées
 - ⇒ **méthodes multi-grilles locales**

Interaction Pastille-Gaine

Lors de l'irradiation, dans les Réacteurs à Eau sous Pression :

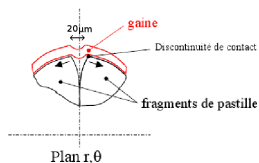
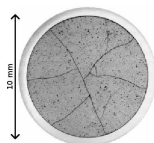
Interaction Pastille-Gaine

Lors de l'irradiation, dans les Réacteurs à Eau sous Pression :

■ Fissuration de la pastille :

- La pastille se fissure rapidement
- La pastille gonfle et la gaine flue

↔ Contact discontinu



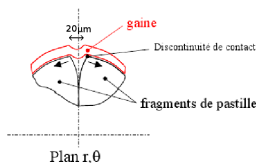
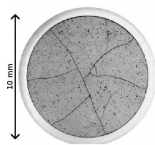
Interaction Pastille-Gaine

Lors de l'irradiation, dans les Réacteurs à Eau sous Pression :

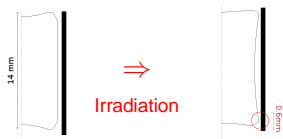
Fissuration de la pastille :

- La pastille se fissure rapidement
- La pastille gonfle et la gaine flue

↪ Contact discontinu



Déformation en diabolo :



Irradiation

- Gradient de température
- Dimension axiale finie de la pastille

↪ Mise en diabolo de la pastille

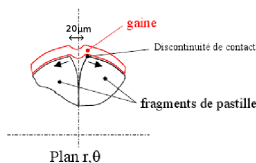
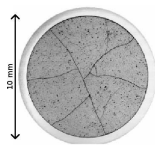
Interaction Pastille-Gaine

Lors de l'irradiation, dans les Réacteurs à Eau sous Pression :

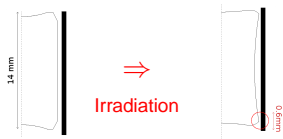
Fissuration de la pastille :

- La pastille se fissure rapidement
- La pastille gonfle et la gaine flue

↪ Contact discontinu



Déformation en diabolo :



- Gradient de température
- Dimension axiale finie de la pastille

↪ Mise en diabolo de la pastille

↪ Concentrations très localisées des contraintes

⇒ mailles de $1\mu\text{m}$ pour une géométrie de l'ordre de 1cm (x 10000)

- Problème d'espace mémoire : limitation du nombre de ddl (maillage unique impossible)
 - ↔ méthodes multi-grilles et adaptatives (sauf p-raffinement) non adaptées

- Problème d'espace mémoire : limitation du nombre de ddl (maillage unique impossible)
 - ↔ méthodes multi-grilles et adaptatives (sauf p-raffinement) non adaptées
- Problème de singularité locale
 - ↔ méthode p-adaptative non adaptée
 - ⇒ choix des méthodes multi-grilles locales

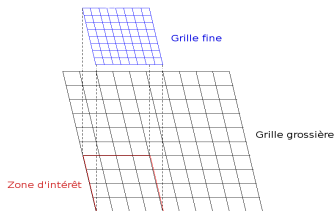
- Problème d'espace mémoire : limitation du nombre de ddl (maillage unique impossible)
 - ↪ méthodes multi-grilles et adaptatives (sauf p-raffinement) non adaptées
- Problème de singularité locale
 - ↪ méthode p-adaptative non adaptée
 - ⇒ choix des méthodes multi-grilles locales
- Modélisation par éléments finis
- Implantation aisée dans un code de calcul existant
 - ↪ solveur utilisé en boîte noire
 - ⇒ choix de la méthode Local Defect Correction (LDC)

Présentation de la méthode LDC

Méthodes multi-grilles locales

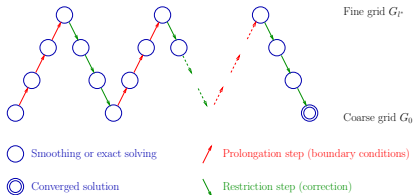
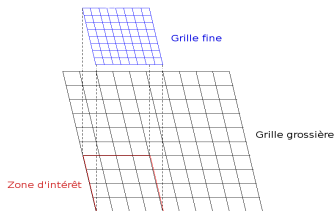
■ Maillage initial grossier

↪ ajout de grilles fines locales
dans les zones d'intérêt



Méthodes multi-grilles locales

- Maillage initial **grossier**
 - ↪ ajout de grilles fines locales dans les zones d'intérêt
- Des opérateurs de **prolongement** et de **restriction** relient les différents niveaux de calcul
 - ↪ processus itératif (\wedge -cycle)



≠ opérateurs de restriction possibles
 ↪ ≠ méthodes (LDC, FIC, FAC)

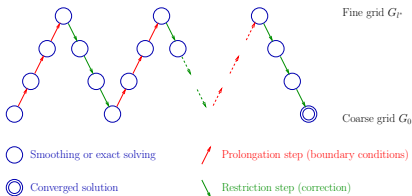
Méthodes multi-grilles locales

■ Maillage initial grossier

↪ ajout de grilles fines locales dans les zones d'intérêt

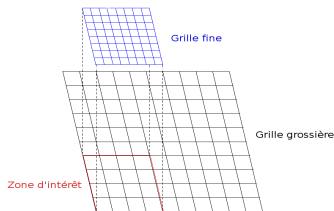
■ Des opérateurs de prolongement et de restriction relient les différents niveaux de calcul

↪ processus itératif (\wedge -cycle)



≠ opérateurs de restriction possibles

↪ ≠ méthodes (LDC, FIC, FAC)

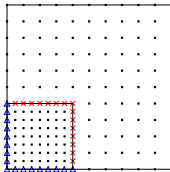


- 😊 travail sur des maillages fins locaux, résolution rapide sur chaque sous-grille, utilisation de maillages uniformes structurés réguliers, utilisation de solveurs comme boîtes noires
- ☹️ gestion de plusieurs maillages, précision dépendante des opérateurs de prolongement et de restriction

Local Defect Correction

■ Prolongement : définition de CL sur la grille fine

- Utilisation des CL du problème continu si possible
- Condition de Dirichlet sinon : projection de la solution grossière



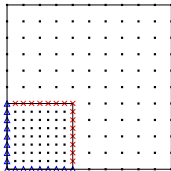
Δ Conditions aux limites du problème continu

× Projection de la solution du problème grossier

Local Defect Correction

■ Prolongement : définition de CL sur la grille fine

- Utilisation des **CL** du problème continu si possible
- **Condition de Dirichlet** sinon : **projection** de la solution grossière



- △ Conditions aux limites du problème continu
- × Projection de la solution du problème grossier

■ Restriction : correction de la solution grossière

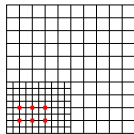
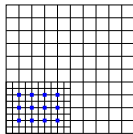
- **Restriction** de la solution fine aux **nœuds intérieurs** grossiers :

$$\tilde{u}_l^k(x) = (R_{l+1}^l u_{l+1}^k)(x) \quad \forall x \in \blacksquare$$

- Calcul du **résidu grossier** associé et application comme **correction** :

$$f_l^k(x) = f_l^0(x) + \chi_{\blacksquare}(\mathcal{L}_l(\tilde{u}_l^k) - f_l^0)(x)$$

↪ besoin d'une zone de recouvrement suffisamment large

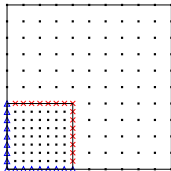


Zones de **restriction** et de **correction**
(exemple pour l'opérateur Δ)

Local Defect Correction

■ Prolongement : définition de CL sur la grille fine

- Utilisation des **CL du problème continu** si possible
- **Condition de Dirichlet** sinon : **projection** de la solution grossière



- △ Conditions aux limites du problème continu
- × Projection de la solution du problème grossier

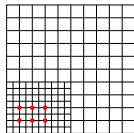
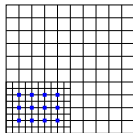
■ Restriction : correction de la solution grossière

- **Restriction** de la solution fine aux **nœuds intérieurs** grossiers :

$$\tilde{u}_l^k(x) = (R_{l+1}^l u_{l+1}^k)(x) \quad \forall x \in \blacksquare$$

- Calcul du **résidu grossier** associé et application comme **correction** :

$$f_l^k(x) = f_l^0(x) + \chi_{\blacksquare}(\mathcal{L}_l(\tilde{u}_l^k) - f_l^0)(x)$$



Zones de **restriction** et de **correction**
(exemple pour l'opérateur Δ)

- ↪ besoin d'une zone de recouvrement suffisamment large
- ↪ seuls les termes sources changent au cours des \wedge -cycles

Performances attendues

- Conservation de l'ordre de convergence de l'erreur de discrétisation mais diminution de la valeur de l'erreur lors de l'ajout de sous-niveaux
⇒ Convergence attendue en $O(h_{fin}^p)$

(p : ordre de convergence de l'erreur de discrétisation)

h_{fin} : taille de maille du niveau le plus fin)

- Conservation de l'ordre de convergence de l'erreur de discrétisation mais diminution de la valeur de l'erreur lors de l'ajout de sous-niveaux
⇒ Convergence attendue en $O(h_{fin}^p)$
(p : ordre de convergence de l'erreur de discrétisation
 h_{fin} : taille de maille du niveau le plus fin)
- Gain en place mémoire et temps CPU importants

Performances attendues

- Conservation de l'ordre de convergence de l'erreur de discrétisation mais diminution de la valeur de l'erreur lors de l'ajout de sous-niveaux
⇒ Convergence attendue en $O(h_{fin}^p)$

(p : ordre de convergence de l'erreur de discrétisation

h_{fin} : taille de maille du niveau le plus fin)

- Gain en place mémoire et temps CPU importants

- Parallélisation

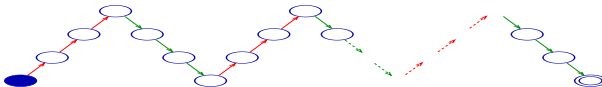
↪ Perte de la vitesse de convergence des \wedge -cycles (jusqu'à $\div 2$)

↪ Gain limité en temps de calcul (répartition non uniforme des ddl)

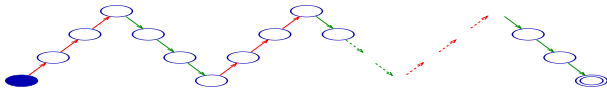
⇒ Plus d'intérêt à utiliser un solveur parallèle à chaque niveau qu'à paralléliser les niveaux

Implantation de la méthode LDC dans Cast3M

Opérateurs utilisés



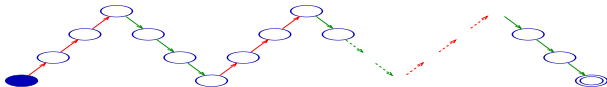
Opérateurs utilisés



■ Résolution initiale du problème grossier

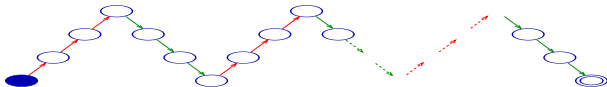
↳ mise en données et solveur « usuels »

Opérateurs utilisés



■ Etape de prolongement

Opérateurs utilisés



■ Etape de prolongement

■ Premier \wedge -cycle : définition des sous-problèmes locaux

↪ **Détection zone intérêt** : critères physiques, géométriques,... ou automatique avec **opérateur 'ERRE'** (estimateur *a posteriori* de ZZ)

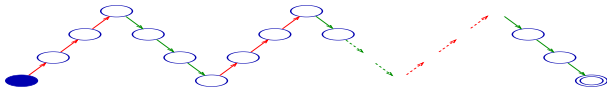
↪ **Maillages locaux** : création d'un **opérateur** qui découpe automatiquement toutes les mailles quadrangles (ou parallélogrammes)

😊 Maillages hiérarchiques

☹ Pas de meilleure approximation de la géométrie

↪ **Modèle, Matériau et Terme Source** : cf. problème grossier

Opérateurs utilisés



■ Etape de prolongement

■ Premier \wedge -cycle : définition des sous-problèmes locaux

↪ **Détection zone intérêt** : critères physiques, géométriques,... ou automatique avec **opérateur 'ERRE'** (estimateur *a posteriori* de ZZ)

↪ **Maillages locaux** : création d'un **opérateur** qui découpe automatiquement toutes les mailles quadrangles (ou parallépipédiques)

😊 Maillages hiérarchiques

☹ Pas de meilleure approximation de la géométrie

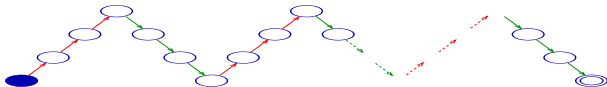
↪ **Modèle, Matériau et Terme Source** : cf. problème grossier

■ Définition des CL

↪ **Bords communs** avec domaine complet : détectés avec '**INTE**'

↪ **Interpolation des CL** : valeurs Dirichlet via '**INT_COMP**'

Opérateurs utilisés



■ Etape de prolongement

■ Premier \wedge -cycle : définition des sous-problèmes locaux

↪ **Détection zone intérêt** : critères physiques, géométriques,... ou automatique avec **opérateur 'ERRE'** (estimateur *a posteriori* de ZZ)

↪ **Maillages locaux** : création d'un **opérateur** qui découpe automatiquement toutes les mailles quadrangles (ou parallélépipédiques)

😊 Maillages hiérarchiques

☹ Pas de meilleure approximation de la géométrie

↪ **Modèle, Matériau et Terme Source** : cf. problème grossier

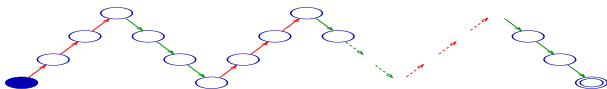
■ Définition des CL

↪ **Bords communs** avec domaine complet : détectés avec **'INTE'**

↪ **Interpolation des CL** : valeurs Dirichlet via **'INT_COMP'**

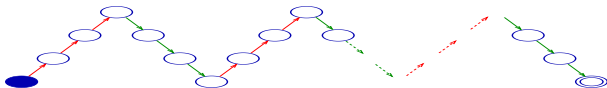
■ Résolution du problème avec le solveur choisi ('RESO', 'KRES', 'PASAPAS', ...). Stockage des données pour **résolutions suivantes rapides**.

Opérateurs utilisés



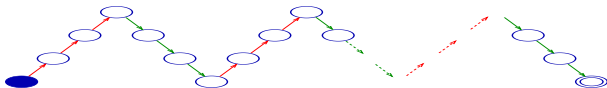
■ Etape de restriction

Opérateurs utilisés



■ Etape de restriction

- Restriction de la solution fine : opérateur 'REDU'



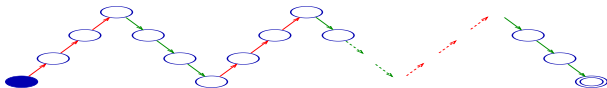
■ Etape de restriction

■ Restriction de la solution fine : opérateur 'REDU'

■ Calcul du résidu : $\mathcal{L}_J(\tilde{u}_J^k) - f_J^0$

↪ Problèmes où une **expression simple** l'opérateur \mathcal{L} est disponible (méca. fluide, élasticité linéaire,...) : pas de difficultés

↪ Problèmes où l'**expression analytique de \mathcal{L} est complexe** (comportement mécanique non-linéaire, ...) : **résolution du problème avec \tilde{u}_J^k imposé** et calcul des forces internes associées ('BSIG' en mécanique non-linéaire)



■ Etape de restriction

■ Restriction de la solution fine : opérateur 'REDU'

■ Calcul du résidu : $\mathcal{L}_I(\tilde{u}_I^k) - f_I^0$

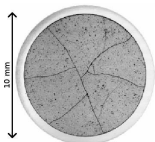
↪ Problèmes où une **expression simple** l'opérateur \mathcal{L} est disponible (méca. fluide, élasticité linéaire,...) : pas de difficultés

↪ Problèmes où l'**expression analytique de \mathcal{L} est complexe** (comportement mécanique non-linéaire, ...) : **résolution du problème avec \tilde{u}_I^k imposé** et calcul des forces internes associées ('BSIG' en mécanique non-linéaire)

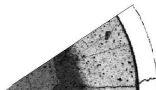
■ **Résolution du même problème** que celui défini à l'étape de prolongement mais **avec terme source modifié**

Illustration des performances de la méthode LDC

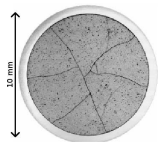
■ Fissuration de la pastille (schéma 2D(r,θ)) :



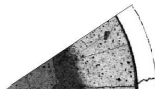
+ Conditions de symétrie \Rightarrow



■ Fissuration de la pastille (schéma 2D(r,θ)) :



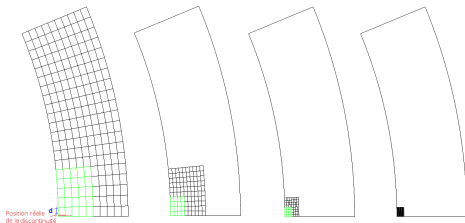
+ Conditions de symétrie \Rightarrow



■ Etude de la réponse de la gaine seule

\hookrightarrow discontinuité de pression sur le rayon interne

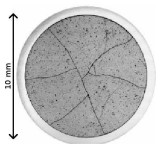
\hookrightarrow maillages hiérarchiques locaux obtenus avec ZZ ('ERRE')



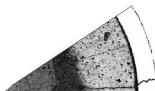
Position réelle de la discontinuité

($r=2$, $\alpha=0.3$)

■ Fissuration de la pastille (schéma 2D(r,θ)) :



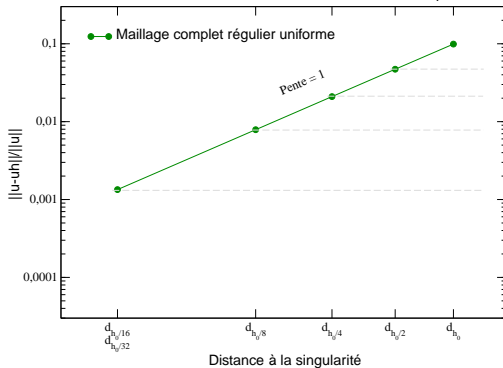
+ Conditions de symétrie \Rightarrow



■ Etude de la réponse de la gaine seule

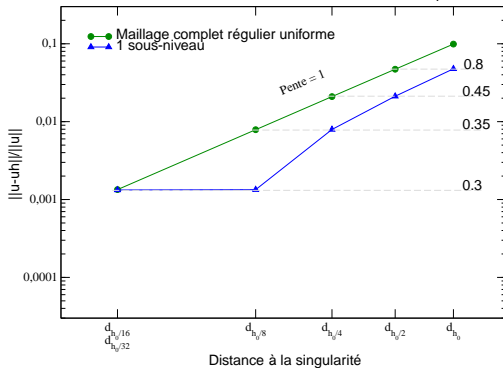
- ↪ discontinuité de pression sur le rayon interne
- ↪ maillages hiérarchiques locaux obtenus avec ZZ ('ERRE')
- ↪ solution de référence obtenue avec un maillage très fin adapté à la singularité car pas de solution analytique disponible.

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes
Norme L2 de l'erreur - Zones d'interet automatiques



- Convergence en $O(d_h)$ sans raffinement local
↪ ordre attendu, du à l'approximation de la singularité (même contrainte pour les méthodes adaptatives)

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes
Norme L2 de l'erreur - Zones d'interet automatiques



■ Diminution de l'erreur

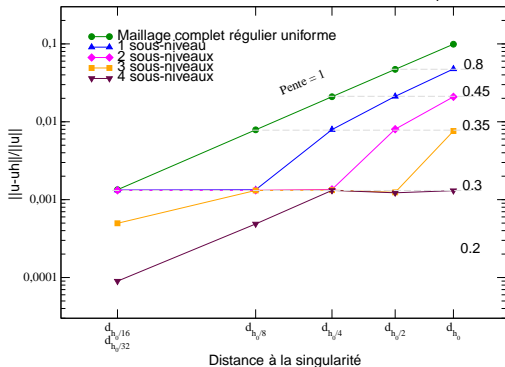
↪ même erreur qu'avec un raffinement complet

↪ critère de raffinement optimal varie

↪ stagnation car $d_{h_0/32} = d_{h_0/16}$

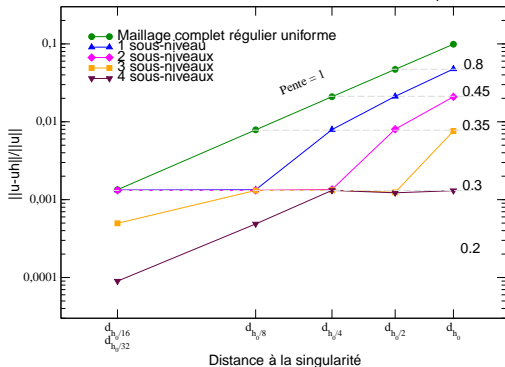
⇒ convergence en maillage en $O(d_{h_{fin}})$

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes
Norme L2 de l'erreur - Zones d'interet automatiques



- Convergence en maillage en $O(d_{h_{fin}})$ quelque soit le nombre de sous-niveaux !
- Seuil de raffinement pour ZZ dépendant de l'erreur voulue et non du nombre de sous-niveaux ni du maillage initial.

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes
Norme L2 de l'erreur - Zones d'interet automatiques

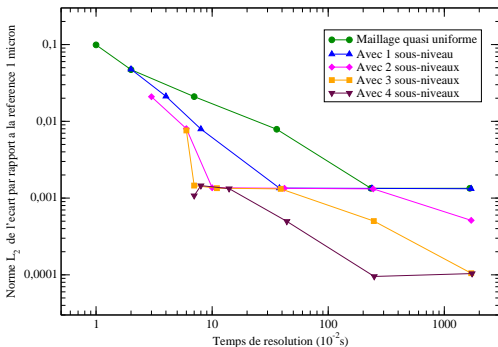


- Convergence en maillage en $O(d_{h_{fin}})$ quelque soit le nombre de sous-niveaux !
- Seuil de raffinement pour ZZ dépendant de l'erreur voulue et non du nombre de sous-niveaux ni du maillage initial.

⇒ Vérification de l'utilisation de la méthode LDC en élasticité linéaire

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes

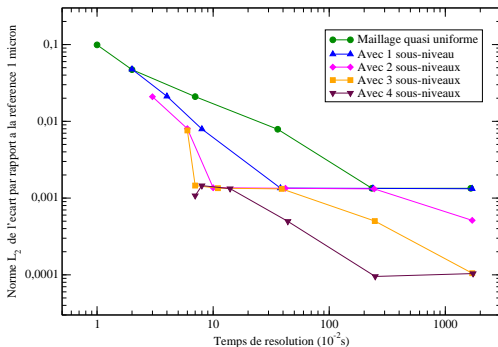
Etude du temps de calcul - Critere ZZ avec alpha optimal



■ Plus la précision voulue est faible, plus il est intéressant de partir d'un **maillage grossier** et de faire de **nombreux sous-niveaux**

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes

Etude du temps de calcul - Critere ZZ avec alpha optimal

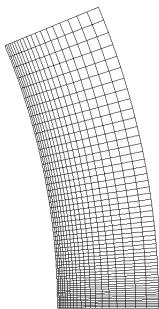


■ Plus la précision voulue est faible, plus il est intéressant de partir d'un **maillage grossier** et de faire de **nombreux sous-niveaux**

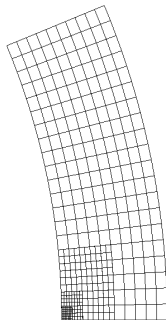
■ Même type de résultats pour le **nombre total d'éléments nécessaires** au calcul

Exemple de maillages utilisés dans l'étude comparative

↪ même taille de maille locale



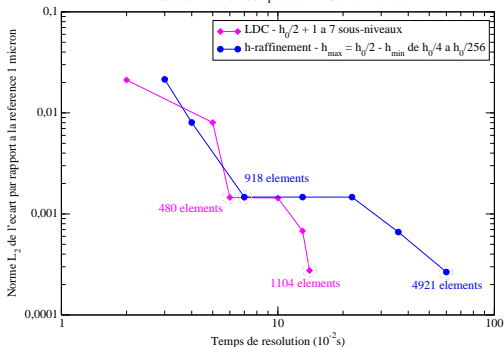
Maillage standard actuel
(méthode h-raffinement globale)



Maillages LDC superposés

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes

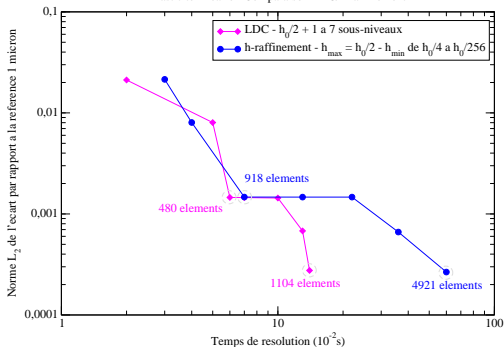
Elasticite lineaire - Comparaison LDC/h-raffinement



- Temps CPU jusqu'à $4\times$ plus court pour LDC
- Beaucoup moins d'éléments nécessaires pour la méthode LDC que pour le h-raffinement (jusqu'à $4.5\times$ moins)
- Génération automatique des maillages pour la méthode LDC

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes

Elasticite lineaire - Comparaison LDC/h-raffinement

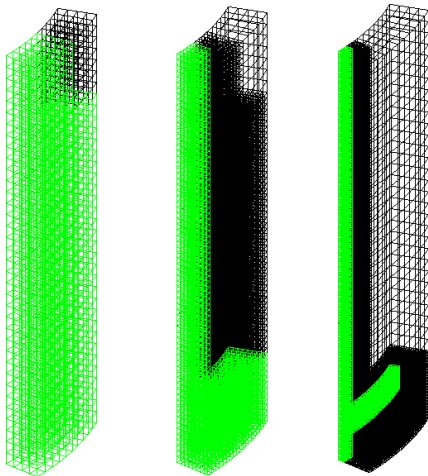


- Temps CPU jusqu'à $4\times$ plus court pour LDC
- Beaucoup moins d'éléments nécessaires pour la méthode LDC que pour le h-raffinement (jusqu'à $4.5\times$ moins)
- Génération automatique des maillages pour la méthode LDC

⇒ Le solveur LDC est attractif en terme de temps CPU et d'espace mémoire

Elasticité linéaire 3D

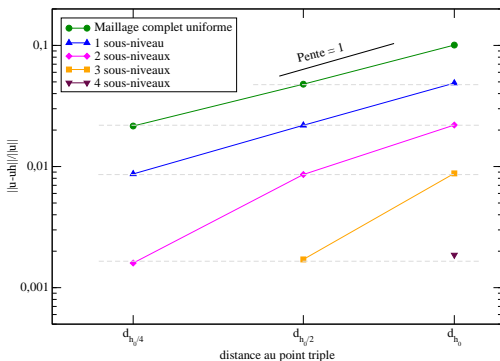
- Traitement de 2 singularités avec des caractéristiques différentes
- Exemple de maillages imbriqués obtenus



- Étude similaire afin d'obtenir le seuil ZZ optimal
↳ pas évident car il n'est pas égal au minimum des deux seuils 2D

- Étude similaire afin d'obtenir le **seuil ZZ optimal**

↪ pas évident car il n'est **pas égal** au minimum des deux seuils 2D



- **Même niveau d'erreur** avec un raffinement local ou global
↪ **Convergence en $O(d_{h_{fin}})$ conservée**

- Étude similaire afin d'obtenir le **seuil ZZ optimal**
↪ pas évident car il n'est **pas égal au minimum des deux seuils 2D**
- **Même niveau d'erreur** avec un raffinement local ou global
↪ **Convergence en $O(d_{h_{fin}})$ conservée**
- **Temps CPU** comparés aux maillages actuels

$d_{local} \simeq 15\mu m$	Erreur L_2 relative	Temps CPU	Éléments
h-raffinement	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$24.10 \cdot 10^2$ s	105196
LDC	$0.88 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^2$ s	63360

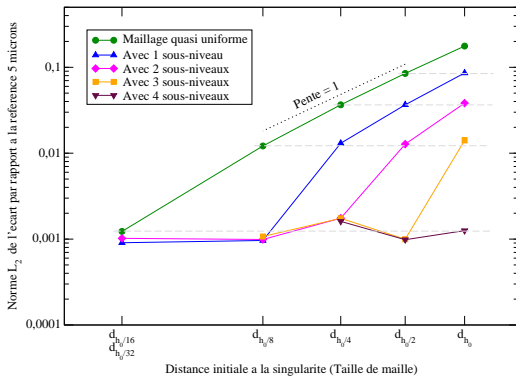
↪ **Temps CPU 20 fois plus petit pour 40% d'éléments en moins**, répartis sur plusieurs grilles (20000 éléments max sur un niveau).

■ Fluage de Norton sur un pas

- Fluage de Norton sur un pas
- Convergence en maillage

Methode LDC appliquee au modele 2D deformations planes

Etude de l'ecart L_2 - Critere ZZ = 0.2 - Rapport 2



⇒ Convergence en $O(d_{h_{fin}})$

↪ Mêmes performances de la méthode qu'en linéaire

- Fluage de Norton sur un pas
- Convergence en maillage
 - ↪ Mêmes performances de la méthode qu'en linéaire
- Gain par rapport à l'approche actuelle

Maillage	Erreur L_2	Temps CPU	Nombre d'éléments
h-raffinement de 7.1 à 56.6 μm	$9.86 \cdot 10^{-4}$	$2.69 \cdot 10^2 \text{ s}$	3708
LDC $h_0/2$, 3 sous-grilles h_{fin} local 12.8 μm	$9.97 \cdot 10^{-4}$	$2.88 \cdot 10^2 \text{ s}$	808

- ↪ 75% d'éléments en moins, répartis sur plusieurs grilles.
- ↪ temps CPU équivalents car tous les calculs LDC sont « indépendants » : on ne bénéficie pas des résolutions des cycles précédents...
 - ⇒ nécessité d'adapter 'INCREPL' (\simeq 'PASAPAS' sur un pas)

■ Performances de la méthode

- Convergence en maillage en $O(d_{h_{fin}})$ obtenue
- Fort gain en espace mémoire par rapport au h-raffinement
- Fort gain en temps CPU quand le solveur permet de bénéficier des propriétés de LDC (conservation de la matrice inversée, estimation de la solution, ...)


■ Performances de la méthode

- Convergence en maillage en $O(d_{h_{fin}})$ obtenue
- Fort gain en espace mémoire par rapport au h-raffinement
- Fort gain en temps CPU quand le solveur permet de bénéficier des propriétés de LDC (conservation de la matrice inversée, estimation de la solution, ...)

■ Travail à venir

- Tester l'évolution en temps
 - ▶ mobilité des zones de raffinement
 - ▶ transmission des variables internes
- Optimiser le solveur non-linéaire pour bénéficier des performances en temps CPU de la méthode LDC
- Relier le seuil de raffinement à l'erreur voulue
- Couplage avec méthode de décomposition de domaine pour traiter plusieurs singularités

Merci pour votre attention


Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Cadarache | 13108 Saint-Paul-Lez-Durance
T. +33 (0) 4 25 70 00

DEN
DEC
SESC