



*Etude effectuée dans le cadre d'un stage
(Projet de Fin d'Etudes – Master)*

Modélisation des structures fissurées en rotation



Stage

Effectué par Anaëlle Torre

Encadré par Benoit Prabel

Introduction

Partie I : Modélisation des rotors fissurés

- 1- Le domaine fréquentiel
- 2- Etat de l'art
- 3- Modèle étudié

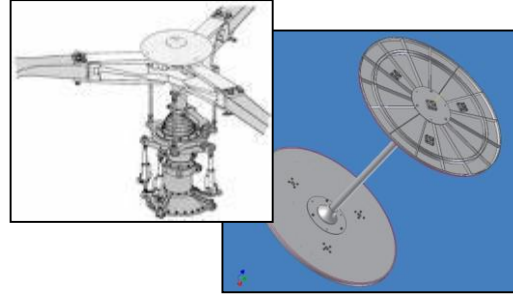
Partie II : Enjeux et difficultés

- 1- Première étude dans le domaine fréquentiel
- 2- Prise en compte de la condition de contact en statique

Partie III : Ebauches d'un modèle de rotor fissuré dans le domaine fréquentiel

- 1- Calcul de référence
- 2- Prise en compte du phénomène de respiration
- 3- Premiers résultats
- 4- Amélioration du résultat

Conclusion



- **Toute machine tournante :**

- Comporte des défauts de forme (géométrie, répartition de la masse,...)
- subit des excitations extérieures

↳ **Apparition de vibrations**

- **Dimensionnement**

- Tenir compte des vitesses critiques (risque de Résonance)
- Des instabilités

- **Problème : L'utilisation prolongée → Apparition de fissure de fatigue**

- Connaître les dimensions de fissure nécessitant l'arrêt définitif
- surveillance vibratoire envisageable ou insuffisante?

- Un problème complexe :

- Mécanique des **machines tournantes** (modélisation du rotor dans un repère **NON GALILEEN**).
- Etudes **dynamiques**
- Non linéarité due à la présence de la **fissure** (condition de *CONTACT UNILATERAL*)

Partie I :

Modélisation des rotors fissurés

Introduction

Partie I : Modélisation des rotors fissurés

1- Le domaine fréquentiel

- 2- Etat de l'art
- 3- Modèle étudié

Partie II

Partie III

Conclusion

- **Etudes dynamiques**

2 choix d'étude :

- Etude dans le **domaine temporel** : utilisation de schémas d'intégration numérique

$$[M] \ddot{\vec{u}}(t) + [C] \dot{\vec{u}}(t) + [K] \vec{u}(t) = \vec{F}_{ext} \Rightarrow [\bar{K}] \Delta \vec{u}_{n+1} = \vec{\bar{F}}_{n+1}$$

Introduction

Partie I : Modélisation
des rotors fissurés1- Le domaine
fréquentiel

2- Etat de l'art

- Flexibilité locale
- Respiration de la fissure

3- Modèle étudié

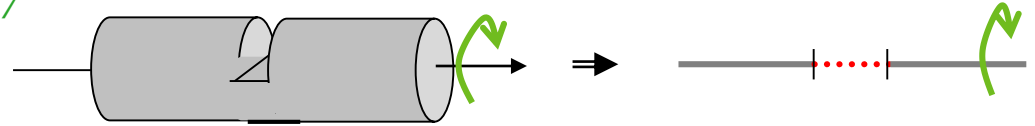
Partie II

Partie III

Conclusion

- **Flexibilité locale/ Comportement anisotrope**

- Ajout d'un élément 1D de section droite plus faible :

Spinger et al 1987

Introduction

Partie I : Modélisation des rotors fissurés

1- Le domaine fréquentiel

2- Etat de l'art

- Flexibilité locale
- **Respiration de la fissure**

3- Modèle étudié

Partie II

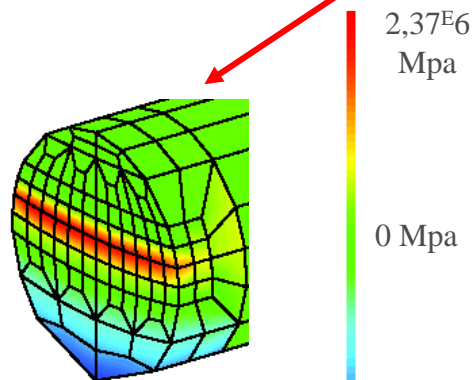
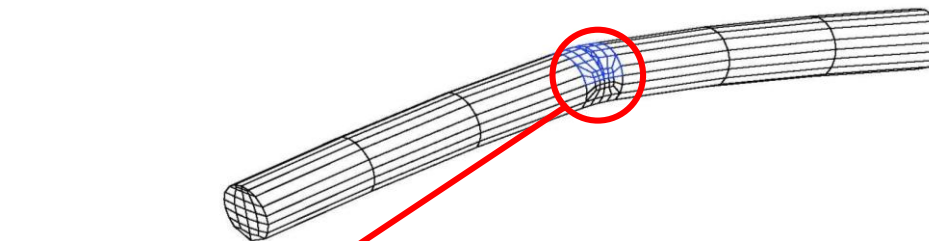
Partie III

Conclusion

• Respiration de la fissure :

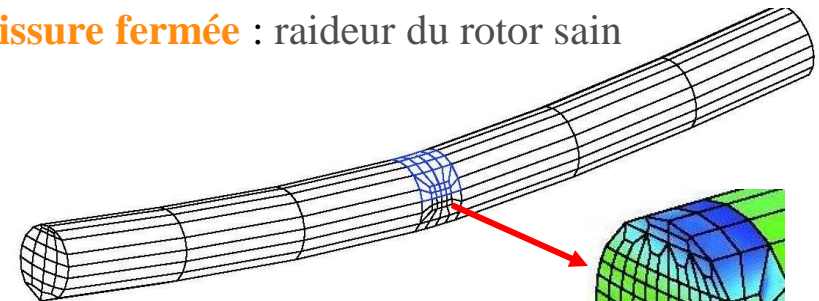
Sous certains chargements (POIDS PROPRE,...) la fissure **se ferme (contact) et s'ouvre** au cours de la rotation

Fissure ouverte : raideur diminuée

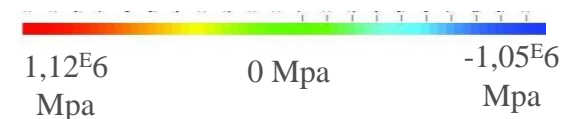


CONCENTRATION de contrainte sur le front de fissure

Fissure fermée : raideur du rotor sain



Répartition de la contrainte sur **TOUTE** la section fissurée



Introduction

Partie I : Modélisation
des rotors fissurés1- Le domaine
fréquentiel**2- Etat de l'art**

- Flexibilité locale
- **Respiration de la fissure**

3- Modèle étudié

Partie II**Partie III****Conclusion****• Respiration de la fissure :**

- Prise en compte par une fonction dépendant de **l'angle de rotation** du rotor pour l'élément 1D

Sinou 2007

$$f(t) = \frac{1 - \cos(\Omega t)}{2}$$

Introduction

Partie I : Modélisation des rotors fissurés

- 1- Le domaine fréquentiel
- 2- Etat de l'art

3- Modèle étudié

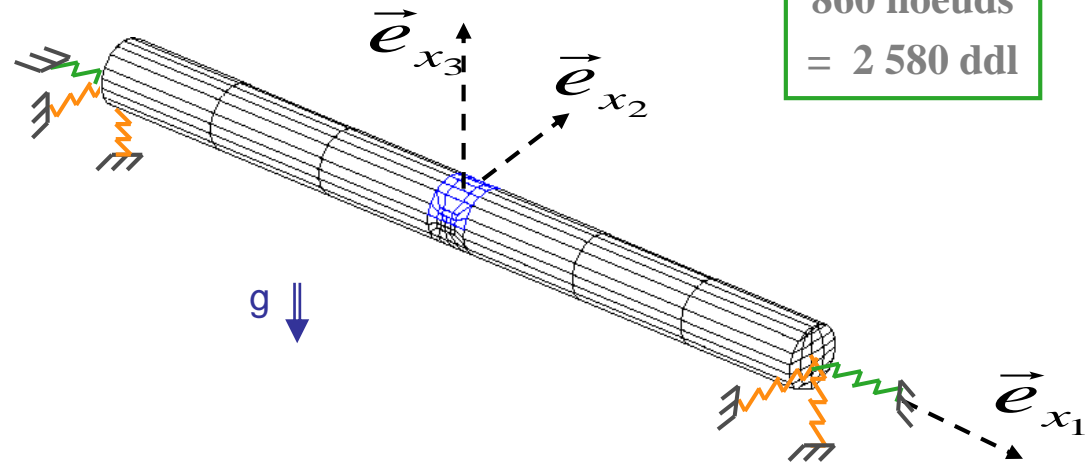
- Définition du modèle
- Choix de modélisation

Partie II

Partie III

Conclusion

• Définition du modèle



860 noeuds
= 2 580 ddl

légende

Champ d'accélération gravitationnelle

Stator

Raideur de palier :

$k_{x_2}, k_{x_3} (c_{x_2}, c_{x_3})$

$k_{x_1} (c_{x_1})$

Caractéristiques

Dimensions :

Rayon du rotor : 3.5 cm

Longueur du rotor : 4.5 m

Caractéristiques matériau :

Module d'Young : $E = 2.1 \text{E}11 \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Masse volumique : $\rho = 7\,800 \text{ kg m}^{-3}$

Introduction

**Partie I : Modélisation
des rotors fissurés**

- 1- Le domaine fréquentiel
- 2- Etat de l'art

3- Modèle étudié

- Définition du modèle
- **Choix de modélisation**

Partie II

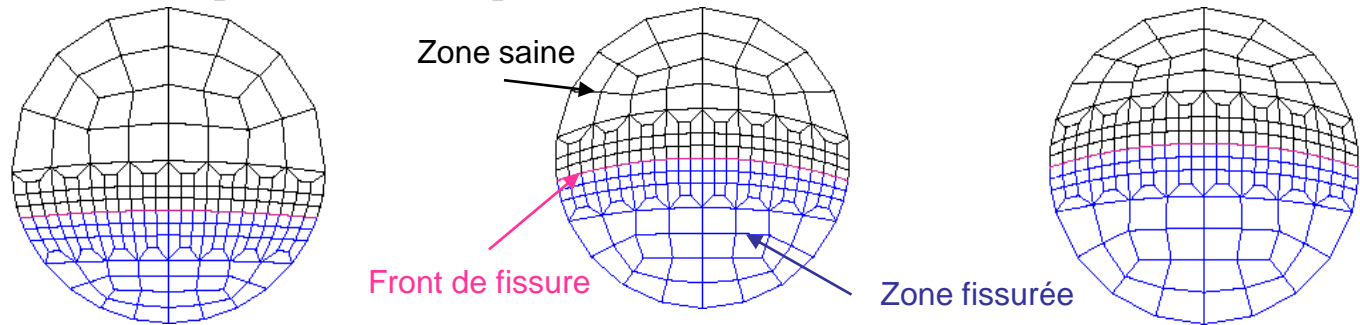
Partie III

Conclusion

- **Choix de modélisation**

- Elément finis 3D

- permettant de représenter toute forme de fissure





Partie II :

Enjeux et Difficultés

Introduction

Partie I

Partie II : Enjeux et difficultés

1- Premières études dans le domaine fréquentiel

- Outil de modélisation
- Hypothèses simplificatrices
- Solution de la forme poly-harmonique
- Solution de la forme mono-harmonique

2- Prise en compte de la condition de contact

Partie III

Conclusion

- **Outil de modélisation**

- Série de procédures en cours de développement simplifiant la mise en place d'études de **Machines tournantes** dans le domaine **fréquentiel**
- ↳ permettent d'effectuer nos premières études "**simplifiées**" dans le domaine fréquentiel

- **Hypothèses simplificatrices**

- Hypothèse des petites perturbations
- Pas **d'amortissement visqueux** (les valeurs propres sont réelles)
- Pas de prise en compte de la **précontrainte centrifuge** (négligeable dans ce cas)
- Aucune condition n'est appliquée au niveau des lèvres de la fissure
 - ↳ pas d'efforts empêchant l'**INTERPENETRATION**

Introduction

Partie I

Partie II : Enjeux et difficultés

1- Premières études dans le domaine fréquentiel

- Outil de modélisation
- Hypothèses simplificatrices
- **Solution de la forme mono-harmonique**
- Solution de la forme poly-harmonique

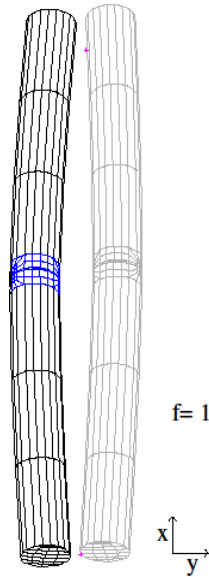
2- Prise en compte de la condition de contact

Partie III Conclusion

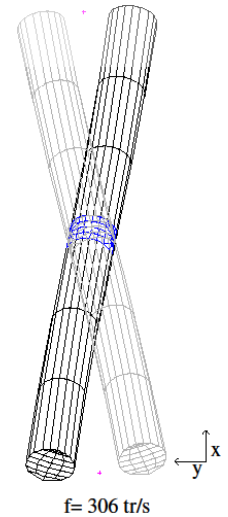
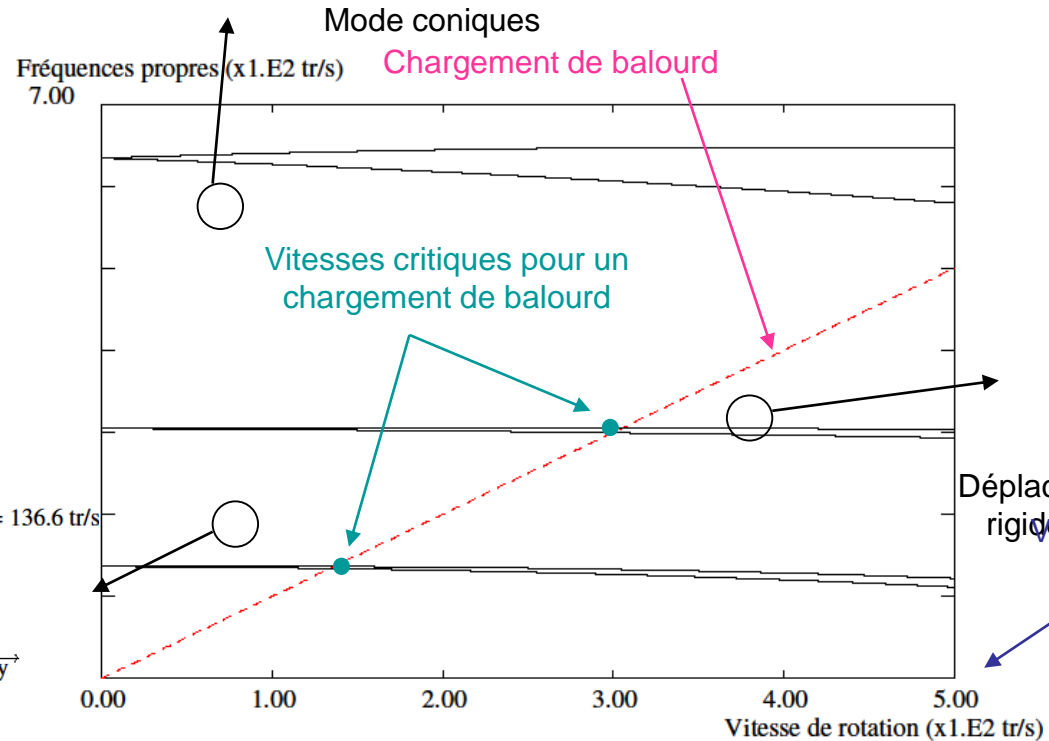
• Solution de la forme *mono-harmonique*

$$\vec{u}(t) = \vec{U}_r \cos(\omega_r t) - \vec{U}_i \sin(\omega_r t)$$

f = 634 tr/s



Flexion dans le plan



Déplacement de solide rigide dans le plan repère fixe

Diagramme de Campbell de la partie réelle des 6 premières fréquences propres

Introduction

Partie I

Partie II : Enjeux et difficultés

1- Première études dans le domaine fréquentiel

- Outil de modélisation
- Hypothèses simplificatrices
- Solution de la forme mono-harmonique
- **Solution de la forme poly-harmonique**

2- Prise en compte de la condition de contact

Partie III

Conclusion

- **Solution de la forme poly-harmonique**

$$\vec{u}(t) = \sum_{k=-J..J} \left[\vec{U}_r^k \cos((\omega_r + k\Omega)t) - \vec{U}_i^k \sin((\omega_r + k\Omega)t) \right]$$

Fréquences propres (tr/s)

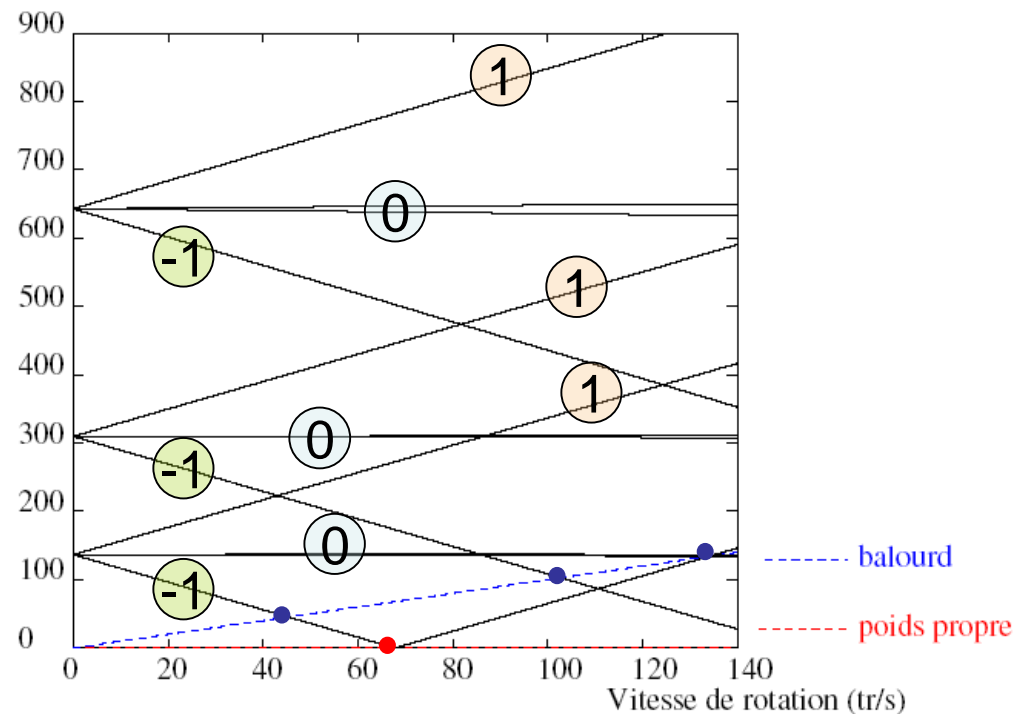


Diagramme de Campbell de la partie réelle des 6 premières fréquences propres

Introduction

Partie I

Partie II : Enjeux et difficultés

1- Premières études dans le domaine fréquentiel

2- Prise en compte de la condition de contact

Partie III

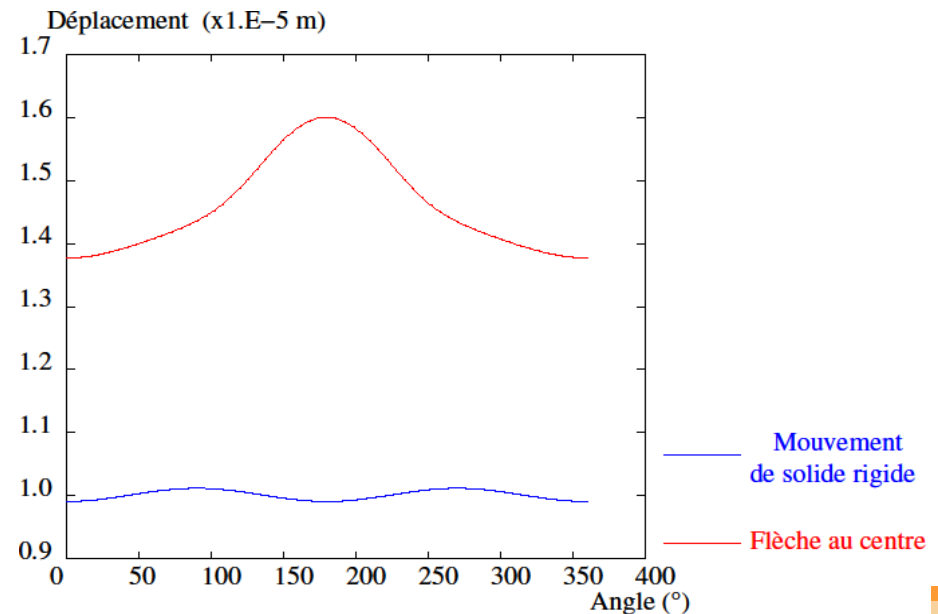
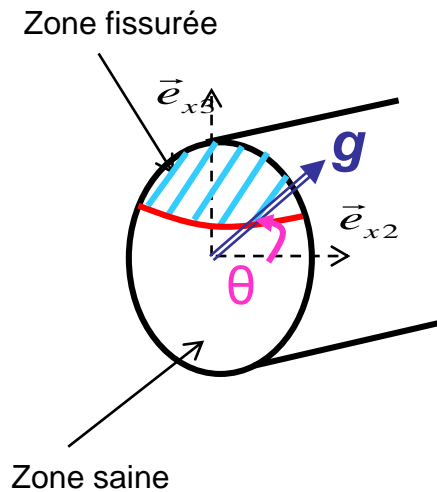
Conclusion

- **Essais statiques**

- ↳ **Condition de Contact** prise en compte à l'aide de coefficients de **LAGRANGE**

- **Effet de la rotation du rotor**

- Prise en compte uniquement en faisant **varier l'orientation** du chargement en fonction de l'orientation de la fissure



Partie III

**Ebauches d'un modèle de rotor fissuré
dans le domaine fréquentiel**

Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

- **Domaine temporel**
- Problème avec la prise en compte du contact

2- Prise en compte du phénomène de respiration

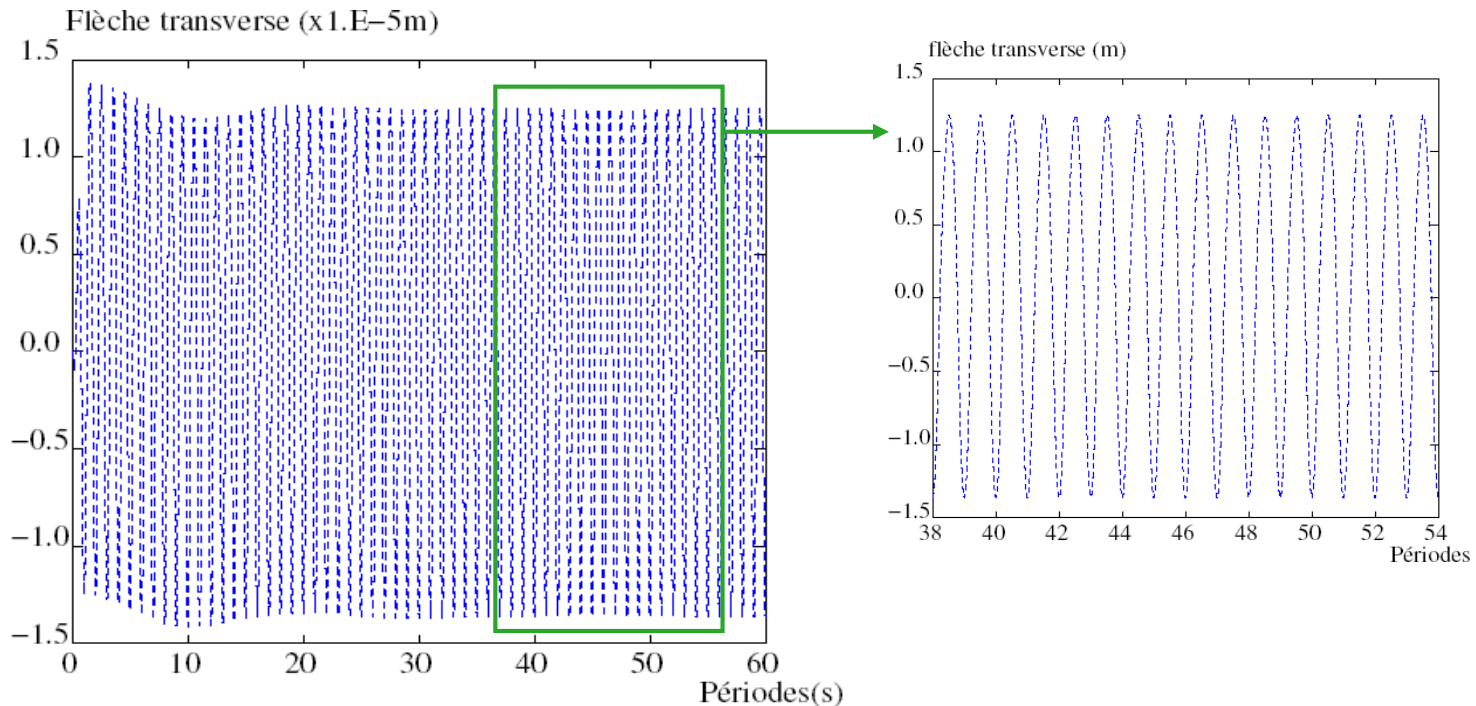
3- Premiers résultats

4- Amélioration du résultat

Conclusion

- **Dans le domaine temporel**

- ↳ Utilisation de la procédure **DYNAMIC** de Cast3M *adaptée*
- Intégration temporelle à l'aide du **schéma de Newmark**
- Prise en compte de la **condition de contact** à l'aide de la procédure VITEUNIL de Cast3M



Convergence vers état stationnaire lente

Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de rotor
fissuré dans le
domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

- Domaine temporel
- **Problème avec la prise en compte du contact**

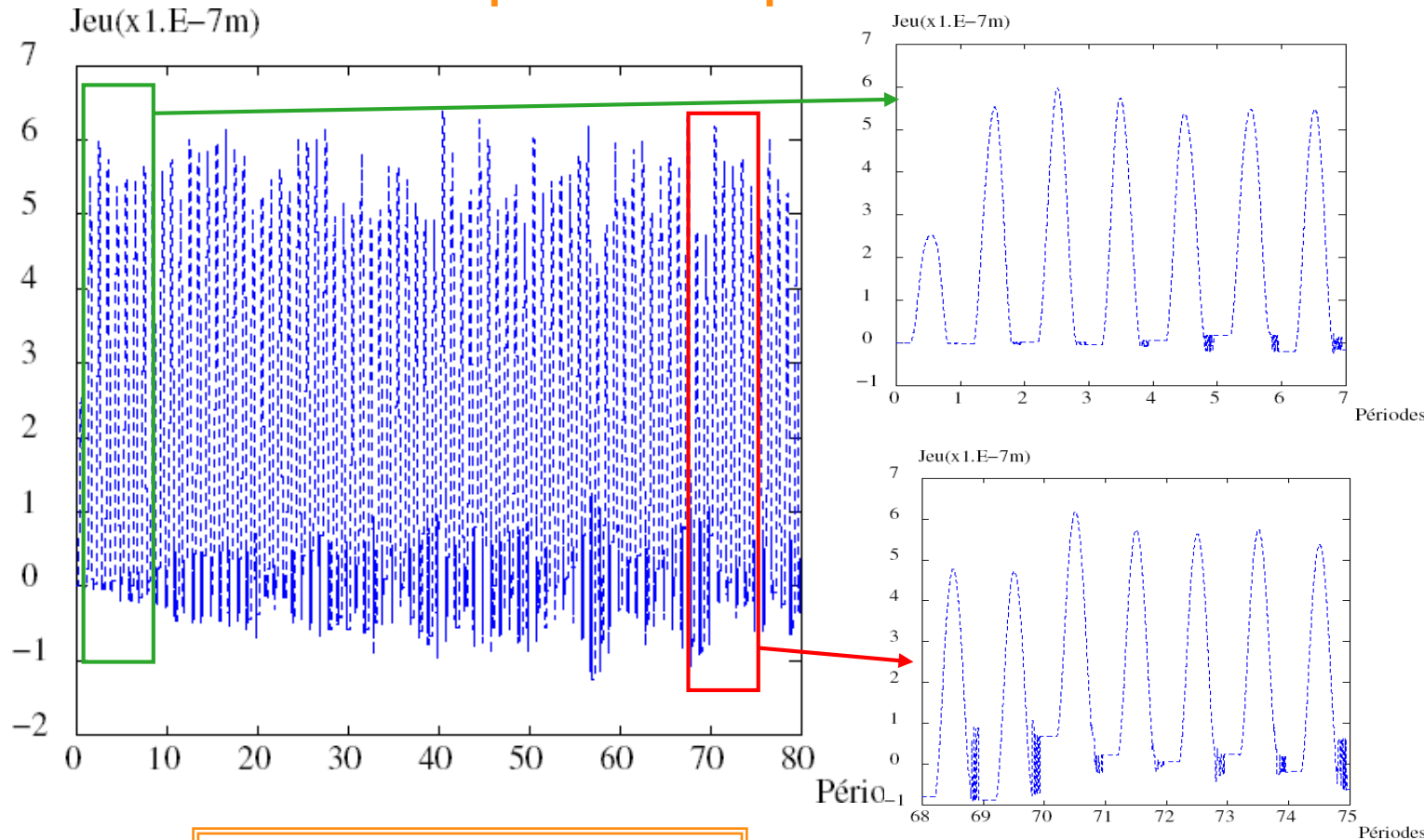
2- Prise en compte du
phénomène de
respiration

3- Premiers résultats

4- Amélioration du
résultat

Conclusion

• Problème avec la prise en compte du contact



Calcul de référence mais
seulement à **titre indicatif**

Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches d'un modèle de rotor fissuré dans le domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

2- Prise en compte du phénomène de respiration

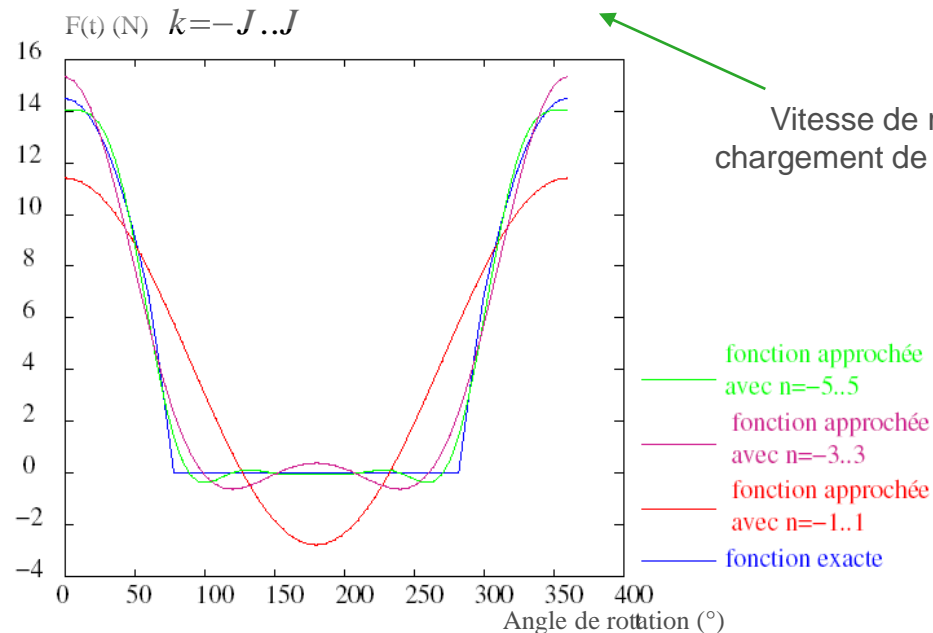
3- Premiers résultats

4- Amélioration du résultat

Conclusion

- **But** : empêcher l'interpénétration des lèvres pour reproduire le phénomène de **RESPIRATION**
 - ↳ Utilisation des **efforts de contact** calculés dans le calcul statique
- **Adaptation de la forme des efforts au calcul fréquentiel**
 - Développement **en séries de Fourier** tronquées

$$\vec{F}(t, x) = \sum_{k=-J..J} \left[\vec{F}_r^k(x) \cos((\Omega + k\Omega)t) - \vec{F}_i^k(x) \sin((\Omega + k\Omega)t) \right]$$



Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

- 1- Calcul de référence
- 2- Prise en compte du phénomène de respiration

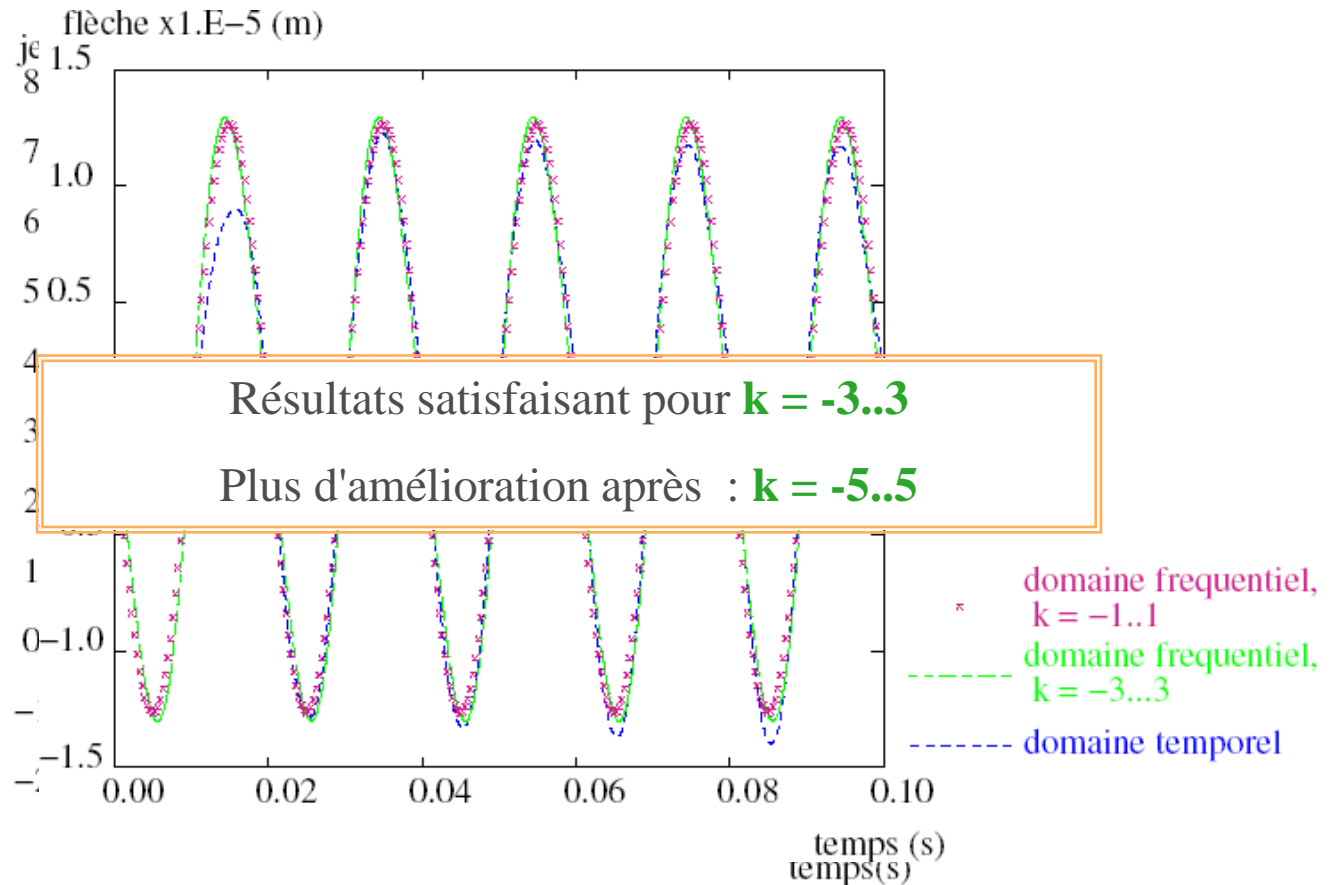
3- Premiers résultats

- Déplacements
- Recherche de vitesses critiques

- 4- Amélioration du résultat

Conclusion

• Déplacements



Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

2- Prise en compte du
phénomène de
respiration

3- Premiers résultats

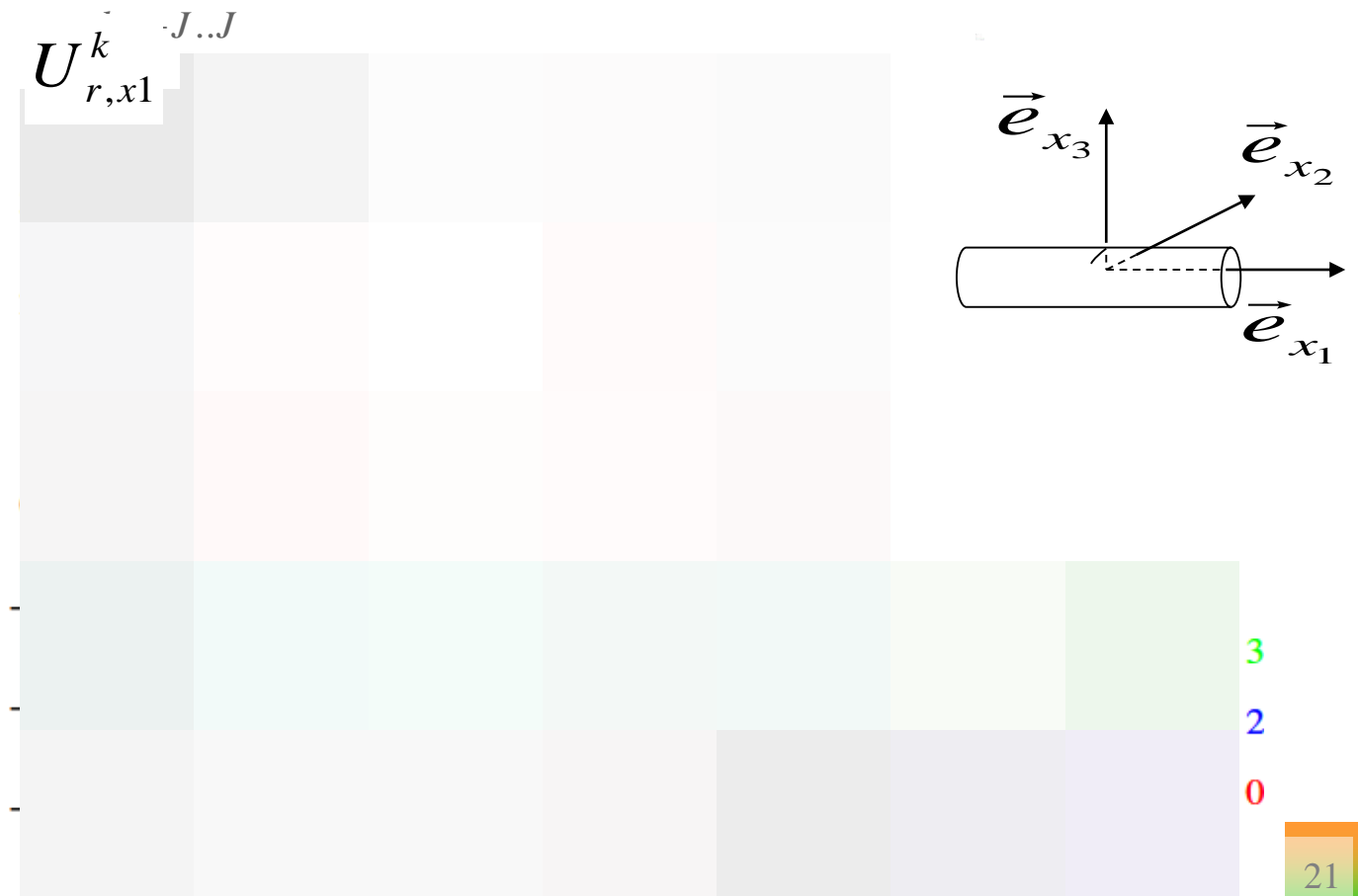
- Déplacements
- Recherche de vitesses critiques

4- Amélioration du
résultat

Conclusion

Recherche de vitesses critiques

$$\vec{u}(t) = \sum_{J..J} \left[\vec{U}_r^k \cos((\omega_r + k\Omega)t) - \vec{U}_i^k \sin((\omega_r + k\Omega)t) \right]$$



Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

2- Prise en compte du
phénomène de
respiration

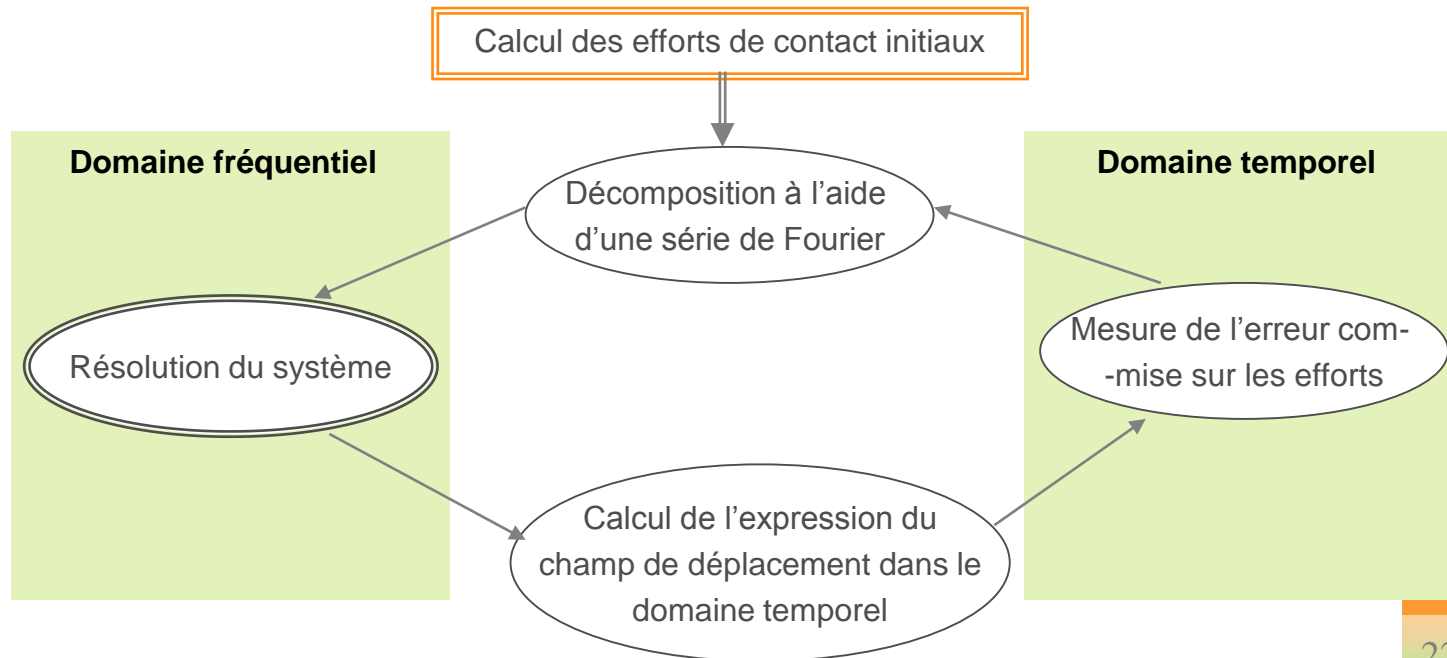
3- Premiers résultats

**4- Amélioration du
résultat**

- Principe de la balance harmonique
- Après une itération

Conclusion

- **Principe de la Balance harmonique**
 - Première résolution dans le **domaine fréquentiel** (*étape effectuée*)



Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

- 1- Calcul de référence
- 2- Prise en compte du phénomène de respiration
- 3- Premiers résultats

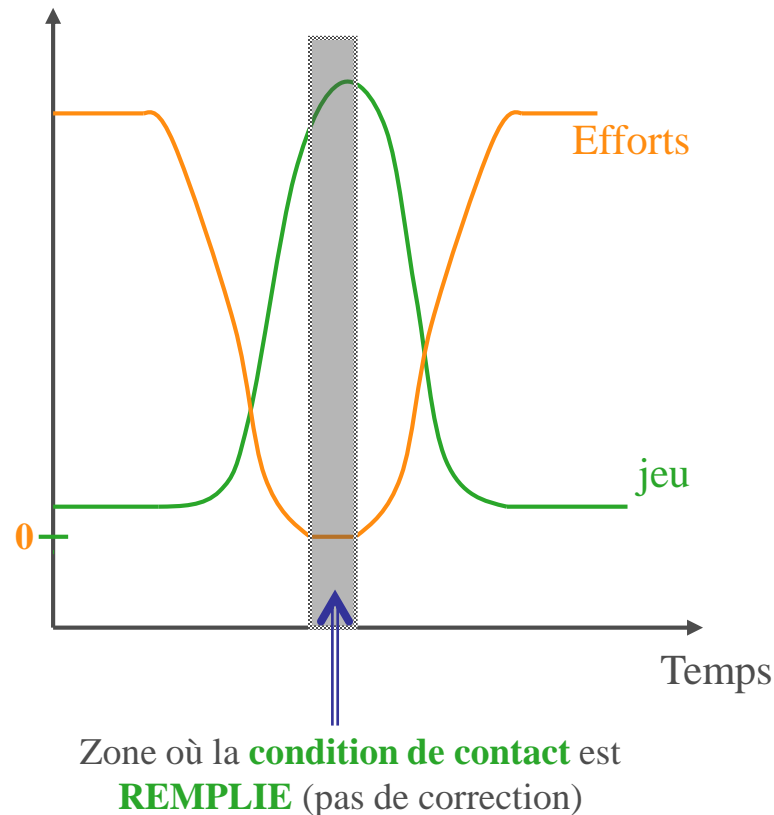
4- Amélioration du résultat

- Principe de la balance harmonique
- **Correction des efforts entre deux itérations**
- Après itérations

Conclusion

• Correction des efforts entre deux itérations

→ Détermination des **instants** où la correction doit être effectuée

**Hypothèse :**

→ La situation : jeu négatif et efforts nuls n'arrive pas

Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches
d'un modèle de
rotor fissuré dans le
domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

2- Prise en compte du
phénomène de
respiration

3- Premiers résultats

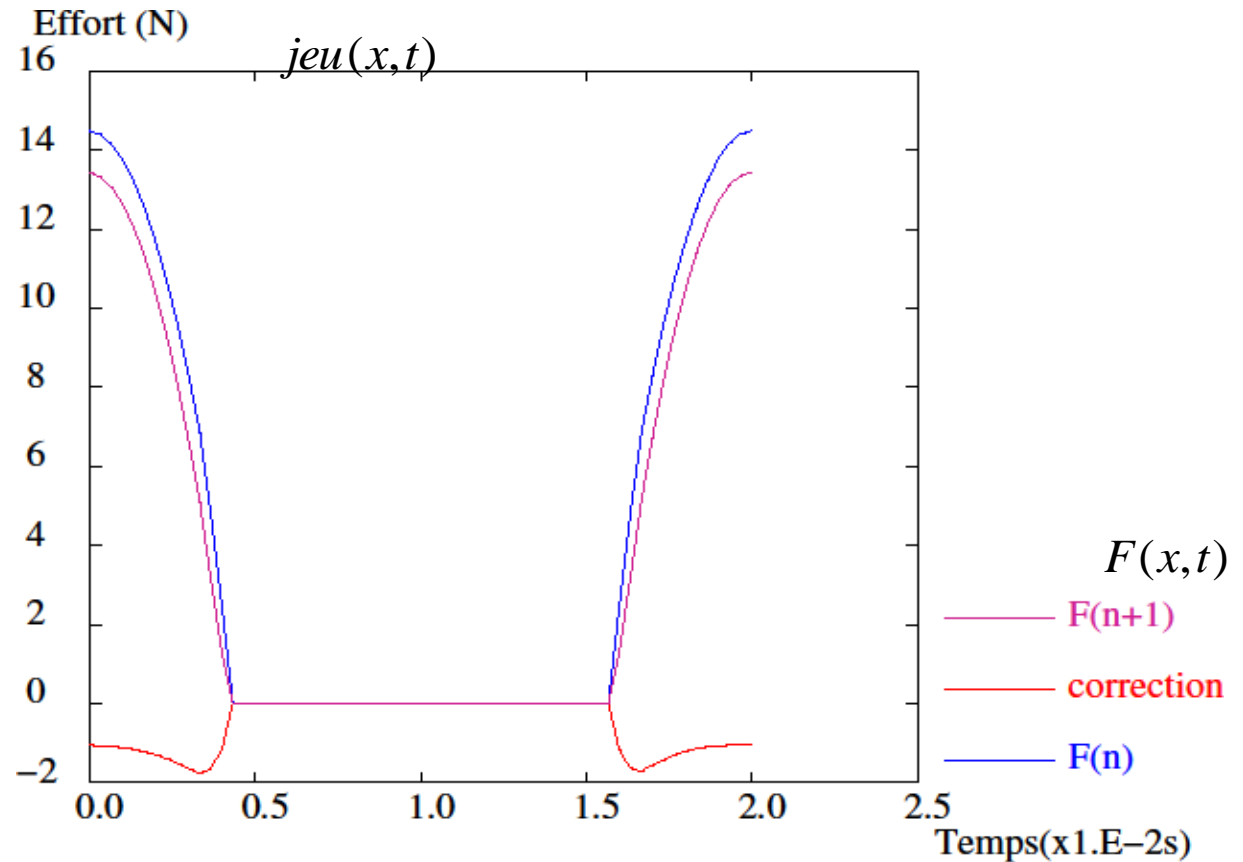
**4- Amélioration du
résultat**

- Principe de la balance harmonique
- **Correction des efforts entre deux itérations**
- Après itérations

Conclusion

- **Correction des efforts entre deux itérations**

→ Correction de la valeur des efforts par **interpolation linéaire**



Introduction

Partie I

Partie II

Partie III : Ebauches d'un modèle de rotor fissuré dans le domaine fréquentiel

1- Calcul de référence

2- Prise en compte du phénomène de respiration

3- Premiers résultats

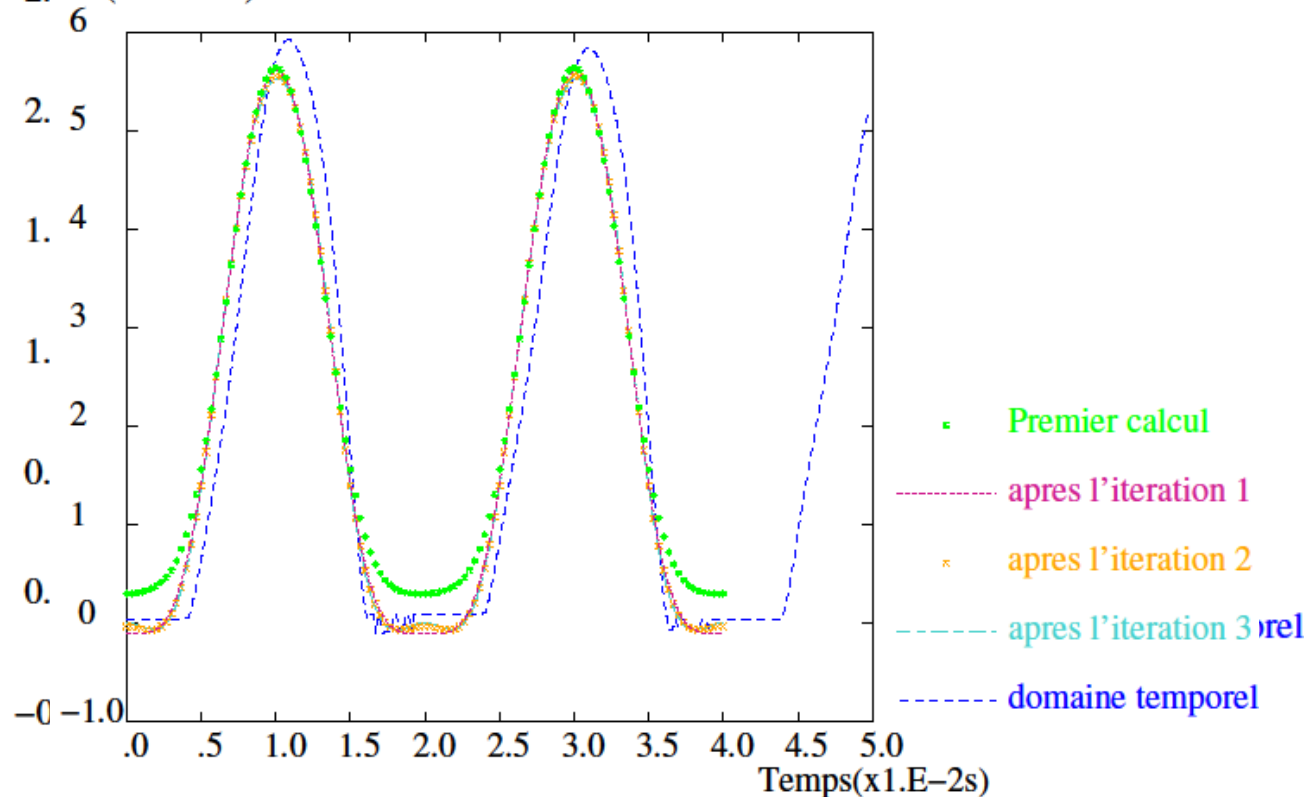
4- Amélioration du résultat

- Principe de la balance harmonique
- Correction des efforts entre deux itérations
- Après itérations

Conclusion

• Après itération

Jeu (x1.E-7m)
2.Jeu (x1.E-7m)



Précision du résultat en fonction du nombre de harmoniques
Résultats après itérations pour 7 harmoniques (50 tr/s)

- Avantages du modèle**

- Temps de calcul grandement diminué (/40 pour un tour)

<i>Temps CPU en centième de seconde</i>			
calcul FREQUENTIEL			
Nombre d'harmoniques	<i>k = -1..1</i>	<i>k = -3..3</i>	<i>k = -5..5</i>
Calcul des efforts de contact	188		
Calcul des coefficients de Fourier des efforts de contact	23		
Résolution du système "poly-harmoniques"	1 405	3 686	5 818
Reconstitution du champ de déplacement	57	103	162
Temps total	1 673	4 000	6 191
calcul TEMPOREL			
Temps de calcul pour une période	247 409		